

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXXVI.

**I. Ueber Strahlen electricischer Kraft;
von H. Hertz.**

(Aus den Sitzungsberichten der Berliner Acad. vom 13. Dec. 1888; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. IX Fig. 1—2.)

Unmittelbar nachdem es mir geglückt war, zu erweisen, dass sich die Wirkung einer electricischen Schwingung als Welle in den Raum ausbreitet, habe ich Versuche angestellt, diese Wirkung dadurch zusammenzuhalten und auf grössere Entfernungen bemerkbar zu machen, dass ich den erregenden Leiter in die Brennnlinie eines grösseren parabolischen Hohlspiegels aufstellte. Diese Versuche führten nicht zum Ziel, und ich konnte mir auch klar machen, dass der Misserfolg nothwendig bedingt war durch das Missverhältniss, welches zwischen der Länge der benutzten Wellen, 4—5 m, und den Dimensionen bestand, welche ich dem Hohlspiegel im besten Falle zu geben im Stande war. Neuerdings habe ich nun bemerkt, dass sich die von mir beschriebenen Versuche noch ganz wohl mit Schwingungen anstellen lassen, welche mehr als zehnmal schneller, und mit Wellen, welche mehr als zehnmal kürzer sind, als die zuerst aufgefundenen. Ich bin deshalb auf die Benutzung von Hohlspiegeln zurückgekommen und habe nunmehr besseren Erfolg gehabt, als ich zu hoffen wagte. Es gelang mir, deutliche Strahlen electricischer Kraft zu erzeugen und mit denselben die elementaren Versuche anzustellen, welche man mit dem Lichte und der strahlenden Wärme auszuführen gewohnt ist. Ueber diese Versuche soll in Folgendem berichtet werden.

Die Apparate.

Die Methode, nach welcher kurze Wellen erregt werden, ist die gleiche, nach welcher wir auch längere erregten. Der

benutzte primäre Leiter wird am einfachsten beschrieben in folgender Weise: Man denke sich einen cylindrischen Messingkörper¹⁾ von 3 cm Durchmesser und 26 cm Länge in der Mitte seiner Länge unterbrochen durch eine Funkenstrecke, deren Pole beiderseits durch Kugelflächen von 2 cm Radius gebildet werden. Die Länge des Leiters wird nahezu der halben Wellenlänge gleich sein, welche der zugehörigen Schwingung in geraden Drähten entspricht; schon hieraus kann man ein angenähertes Urtheil über die Schwingungsdauer gewinnen. Es ist wesentlich, dass die Polflächen der Funkenstrecke häufig neu polirt und während der Versuche vor der Belichtung durch gleichzeitige Seitenentladungen sorgfältig geschützt werden, es versagen sonst die Schwingungen. Der Anblick und der Klang der Funken lässt stets erkennen, ob die Funkenstrecke in genügendem Zustande ist. Die Entladung wird den beiden Hälften des Leiters zugeführt durch zwei dick mit Guttapercha überzogene Drähte, welche nahe der Funkenstrecke zu beiden Seiten derselben münden. Als Inductorium verwandte ich nicht mehr den grossen Ruhmkorff'schen Apparat, sondern mit Vortheil einen kleinen Funkengeber von Keiser und Schmidt, dessen stärkste Leistung Funken von 4,5 cm Länge zwischen Spitzen war. Er wurde durch drei Accumulatoren getrieben und konnte dabei zwischen den Kugelflächen des primären Leiters Funken von 1—2 cm Länge geben. Zu den Versuchen wurde dann die Funkenstrecke auf eine Länge von 3 mm zusammengeschoben.

Der Nachweis der electricischen Kräfte im Raum geschah auch hier mit Hülfe der feinen Funken, welche dieselben in einem secundären Leiter auftreten lassen. Zum Theil diente wie früher ein in sich selber drehbarer Kreis, welcher mit dem primären Leiter ungefähr gleiche Schwingungsdauer hatte. Derselbe hatte jetzt nur 7,5 cm Durchmesser und war aus einem Kupferdraht von 1 mm Dicke gebildet. Das eine Ende des Drahtes trug eine polirte Messingkugel von einigen Millimetern Durchmesser, das andere Ende war zu-

1) Vgl. die Abbildungen, Fig. 1, 2a, 2b, Taf. IX und deren Erläuterung am Schlusse der Arbeit.

gespitzt und wurde durch eine von dem Drahte isolirte feine Schraube auf äusserst kleine Abstände von der Messingkugel eingestellt. Es handelt sich begreiflicherweise stets nur um Fünkchen von einigen Hundertstel Millimetern Länge, und man urtheilt bei einiger Uebung mehr nach der Helligkeit der Funken, als nach ihrer Länge.

Der kreisförmige Leiter gibt nur eine Differenzwirkung und ist ungeeignet, in der Brennnlinie eines Hohlspiegels angebracht zu werden, es wurde deshalb hauptsächlich gearbeitet mit einem anderen secundären Leiter von folgender Einrichtung: Zwei gerade Drahtstücke von 50 cm Länge und 5 mm Durchmesser waren in einer und derselben Geraden so angeordnet, dass die einander zugekehrten Endpunkte einen Abstand von 5 cm hatten. Von diesen Endpunkten führten zwei 15 cm lange, 1 mm starke Drähte parallel miteinander und senkrecht zu den erstgenannten Drähten zu einer Funkenstrecke, welche ähnlich eingerichtet war, wie die des kreisförmigen Leiters. In diesem Leiter war auf die Wirkung der hier überhaupt wenig hervortretenden Resonanz verzichtet. Es wäre einfacher gewesen, die Funkenstrecke unmittelbar in der Mitte des geraden Drahtes anzubringen, aber die Funkenstrecke hätte alsdann nicht im Brennpunkt des Hohlspiegels gehandhabt und beobachtet werden können, ohne dass der Beobachter die Oeffnung des Spiegels verdeckt hätte. Aus diesem Grunde war die beschriebene Anordnung einer an sich vortheilhafteren vorgezogen.

Die Erzeugung des Strahles.

Stellt man nun die primäre Schwingung in einem grösseren freien Raume auf, so kann man mit Hülfe des kreisförmigen Leiters in ihrer Nachbarschaft alle diejenigen Erscheinungen in verkleinertem Maassstabe wahrnehmen, welche ich früher in der Nachbarschaft einer grösseren Schwingung beobachtet und beschrieben habe.¹⁾ Die grösste Entfernung, bis zu welcher sich in den secundären Leitern noch Funken wahrnehmen lassen, beträgt 1,5 m, bei günstigem Zustand der primären Funkenstrecke auch wohl 2 m. Die Wirkung nach

1) H. Hertz, Wied. Ann. 34. p. 153. 551 u. 609. 1888.

einer Seite wird verstärkt, wenn auf der entgegengesetzten Seite der primären Schwingung eine ebene leitende Wand parallel der Schwingung in passendem Abstände aufgestellt wird. Wird allerdings der Abstand sehr klein oder etwas grösser als 30 cm gewählt, so wirkt die Wand schädlich, sie wirkt kräftig fördernd bei 8—15 cm Abstand, schwach fördernd bei 45 cm Abstand und ist einflusslos bei grösseren Abständen. Wir haben diese Erscheinung bereits früher gedeutet und schliessen aus derselben, dass die der primären Schwingung entsprechende Welle in der Luft eine halbe Wellenlänge von etwa 30 cm hat. Eine weitergehende Verstärkung dürfen wir erwarten, wenn wir die ebene Wand ersetzen durch einen Hohlspiegel von der Gestalt eines parabolischen Cylinders, in dessen Brennnlinie die Längsaxe der primären Schwingung fällt. Soll der Hohlspiegel die Fernwirkung recht concentriren, so ist es vortheilhaft, seine Brennweite so klein als möglich zu wählen. Soll aber nicht die directe Welle die Wirkung der reflectirten sogleich wieder aufheben, so darf die Brennweite auch nicht viel weniger als ein Viertel Wellenlänge betragen. Ich wählte deshalb als Brennweite $12\frac{1}{2}$ cm und stellte den Hohlspiegel her, indem ich ein Zinkblech von 2 m Länge, 2 m Breite und $\frac{1}{2}$ mm Dicke über einem Holzgestell von genauer Krümmung in die gewünschte Gestalt bog. Die Höhe des Spiegels ergab sich so zu 2 m, die Breite seiner Oeffnung zu 1.2 m, seine Tiefe zu 0.7 m. Die primäre Schwingung wurde im Mittelpunkt der Brennnlinie befestigt. Die Drähte, welche die Entladung zuführten, liess ich den Spiegel durchsetzen; das Inductorium und die Elemente befanden sich demnach hinter dem Spiegel und störten nicht. Untersuchen wir nun wieder die Nachbarschaft der Schwingung mit unseren Leitern, so finden wir hinter dem Spiegel und seitwärts desselben überhaupt keine Wirkung, in der Richtung der optischen Axe des Spiegels aber bleiben die Funken wahrnehmbar bis zu Abständen von 5—6 m. Bis auf weitere Abstände, nämlich bis etwa 9—10 m, können die Funken wahrgenommen werden in der Nähe einer ebenen leitenden Wand, welche wir senkrecht den fortschreitenden Wellen entgegenstellen. Es verstärken nämlich die von der Wand zurückgeworfenen

Wellen die ankommenden in gewissen Punkten. In anderen Punkten wiederum schwächen die beiden Wellen einander. Man nimmt vor der ebenen Wand mit dem geradlinigen Leiter sehr deutliche Maxima und Minima und in dem kreisförmigen Leiter die für stehende Wellen charakteristischen Interferenzerscheinungen wahr, welche ich früher beschrieben habe. Ich war im Stande, vier Knotenpunkte zu unterscheiden, welche in die Wand, in 33, in 65 und in 98 cm Abstand von derselben fielen. Mit grosser Annäherung beträgt also die halbe Wellenlänge der benutzten Wellen 33 cm und ihre Schwingungsdauer 1,1 Tausendmilliontel der Secunde, unter Voraussetzung der Lichtgeschwindigkeit für die Geschwindigkeit der Ausbreitung. In Drähten ergab die Schwingung eine Wellenlänge von 29 cm. Es erscheint also auch bei diesen kurzen Wellen die Geschwindigkeit in Drähten ein wenig geringer als die Geschwindigkeit im Luftraum, aber das Verhältniss beider Geschwindigkeiten kommt dem theoretischen Werthe Eins äusserst nahe und weicht davon nicht entfernt so stark ab, als unsere Versuche es für längere Wellen wahrscheinlich machten. Diese auffallende Erscheinung bedarf noch der Aufklärung. Da sich die Erscheinungen lediglich in der Nähe der optischen Axe des Spiegels zeigen, so bezeichnen wir das erzeugte Gebilde als einen aus dem Hohlspiegel austretenden electricischen Strahl.

Ich stellte nun einen zweiten, dem ersten genau gleichen Hohlspiegel her und brachte den geradlinigen secundären Leiter so in demselben an, dass die beiden 50 cm langen Drähte in die Brennpunktlinie fielen, die beiden zur Funkenstrecke führenden Drähte aber auf dem kürzesten Wege die Wandung des Spiegels isolirt durchsetzten. Die Funkenstrecke befand sich alsdann unmittelbar hinter dem Spiegel, und der Beobachter konnte sie einstellen und betrachten, ohne den Lauf der Wellen zu stören. Ich vermuthete, dass, wenn ich mit dieser Vorrichtung den Strahl auffinge, ich denselben noch auf grössere Entfernungen würde wahrnehmen können, und ich fand, dass ich mich nicht getäuscht hatte. In den Räumen, welche mir zu Gebote standen, konnte ich nunmehr die Funken von einem Ende zum anderen wahrnehmen. Die grösste Entfernung, bis zu welcher ich unter Benutzung einer

Thüröffnung den Strahl verfolgte, betrug 16 m; nach den Ergebnissen der sogleich zu besprechenden Reflexionsversuche unterliegt es aber keinem Zweifel, dass in offenen Räumen sich mindestens bis zu 20 m müssen Funken erhalten lassen. Für die weiteren Versuche sind so grosse Entfernungen nicht nöthig, und es ist angenehm, wenn der secundäre Funkenstrom nicht allzu schwach ausfällt; eine Entfernung von 6–10 m ist für die meisten Versuche die vortheilhafteste. Wir wollen jetzt die einfachen Erscheinungen durchgehen, welche sich ohne Schwierigkeit an dem Strahl vorweisen lassen. Wo nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt ist, werden stets die Brennnlinien beider Spiegel als vertical gestellt angenommen.

Geradlinige Ausbreitung.

Stellt man in die gerade Verbindungslinie der Spiegel senkrecht zur Richtung des Strahles einen Schirm von Zinkblech von 2 m Höhe und 1 m Breite, so verlöschen die secundären Funken vollständig. Einen ebenso vollkommenen Schatten gibt ein Schirm von Stanniol oder von Goldpapier. Ein Gehülfe, welcher den Strahl kreuzt, lässt die secundäre Funkenstrecke dunkel werden, sobald er in den Raum des Strahles eintritt, und lässt dieselbe wieder aufleuchten, sobald er den Raum des Strahles verlässt. Isolatoren halten den Strahl nicht auf, durch eine Holzwand oder eine hölzerne Thür geht er hindurch, man sieht nicht ohne Verwunderung im Innern geschlossener Zimmer die Funken auftreten. Stellt man zwei leitende Schirme von 2 m Höhe und 1 m Breite symmetrisch rechts und links neben den Strahl senkrecht zu dessen Richtung auf, so beeinträchtigen dieselben die secundären Funken durchaus nicht, solange die Breite des Spaltes, welchen sie zwischen sich lassen, nicht kleiner wird, als die Oeffnung der Spiegel, nämlich als 1,2 m. Wird der Spalt enger gemacht, so nehmen die Funken ab und verlöschen, wenn die Breite des Spaltes unter 0,5 m sinkt. Wird die Breite des Spaltes auf 1,2 m belassen, aber derselbe seitlich aus der geraden Verbindungslinie der Spiegel verschoben, so erlöschen die Funken ebenfalls. Dreht man

die optische Axe des gebenden Spiegels nach rechts oder links um etwa 10° aus der richtigen Lage, so werden die secundären Funken schwach, bei einer Drehung um etwa 15° verlöschen sie.

Eine geometrisch scharfe Grenze hat der Strahl, und haben die Schatten nicht, leicht kann man Erscheinungen hervorrufen, welche einer Beugung entsprechen. Maxima und Minima am Rande der Schatten zu beobachten, ist mir indessen bisher nicht gelungen.

Polarisation.

Dass unser Strahl durch Transversalschwingungen gebildet wird und geradlinig polarisirt im Sinne der Optik ist, daran haben wir freilich schon nach der Art, in welcher wir ihn erzeugen, keinen Zweifel. Wir können die Thatsache aber auch durch den Versuch erweisen. Drehen wir unseren empfangenden Spiegel um den Strahl als Axe, bis seine Brennlinie und somit auch der secundäre Leiter in die horizontale Lage gelangt, so verschwinden die secundären Funken mehr und mehr, und wir erhalten bei gekreuzter Lage der beiden Brennlinien keine Funken, selbst wenn wir die Spiegel auf geringe Entfernung zusammenrücken. Die beiden Spiegel verhalten sich wie Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparates. Ich liess nun einen achteckigen Holzrahmen von 2 m Höhe und 2 m Breite herstellen und denselben mit Kupferdrähten von 1 mm Dicke bespannen, alle Drähte waren einander parallel, und jeder stand von seinen Nachbarn um 3 cm ab. Wurden jetzt die beiden Spiegel mit parallelen Brennlinien aufgestellt und der Drahtschirm senkrecht zum Strahl so in denselben eingeschoben, dass die Richtung der Drähte die Richtung der Brennlinien senkrecht kreuzte, so beeinträchtigte der Schirm die secundären Funken so gut wie gar nicht. Wurde aber der Schirm dem Strahl in solcher Weise entgegengestellt, dass seine Drähte den Brennlinien parallel waren, so fing er den Strahl vollständig ab. In Hinsicht der hindurchgehenden Energie verhält sich also der Schirm gegen unseren Strahl genau wie eine Turmalinplatte gegen einen geradlinig polarisirten optischen Strahl.

Es wurde nun wieder die Brennnlinie des empfangenden Spiegels horizontal gelegt, Funken traten dann, wie erwähnt, nicht auf. Solche Funken wurden auch durch das Einschieben des Schirmes in den Strahl nicht hervorgerufen, sobald die Drähte desselben horizontal oder vertical gerichtet waren. Wurde aber der Holzrahmen so aufgestellt, dass die Drähte in einer der beiden möglichen Lagen unter 45° gegen die Horizontale geneigt waren, so wurde durch Einschiebung des Schirmes die secundäre Funkenstrecke sogleich erhellt. Offenbar zerlegt der Schirm die ankommende Schwingung in zwei Componenten und lässt nur diejenige Componente hindurch, welche auf der Richtung seiner Drähte senkrecht steht. Diese Componente ist unter 45° gegen die Brennnlinie des zweiten Spiegels geneigt und vermag, nochmals durch den Spiegel zerlegt, auf den secundären Leiter zu wirken. Die Erscheinung ist vollkommen gleichartig der Aufhellung des dunklen Feldes zweier gekreuzten Nicols durch eine in passender Lage eingeschobene Turmalinplatte.

Es sei in Hinsicht der Polarisation noch die folgende Bemerkung gestattet: Mit den in der gegenwärtigen Untersuchung benutzten Mitteln vermögen wir nur die electriche Kraft wahrzunehmen. Die Schwingungen derselben erfolgen bei verticaler Stellung der primären Schwingung unzweifelhaft in der durch den Strahl gelegten Verticalebene und fehlen in der Horizontalebene. Nach den Erfahrungen, welche wir an langsam veränderlichen Strömen machen, können wir aber nicht zweifeln, dass die electriche Schwingungen begleitet sind von Schwingungen magnetischer Kraft, welche in der durch den Strahl gelegten Horizontalebene stattfinden und Null werden in der Verticalebene. Die Polarisation des Strahles besteht also nicht sowohl darin, dass nur in der Verticalebene Schwingungen stattfänden, als vielmehr darin, dass die Schwingungen in der Verticalebene electriche, in der Horizontalebene magnetischer Natur sind. Die Frage schlechthin, in welcher von beiden Ebenen in unserem Strahl die Schwingung erfolge, ohne Angabe, ob man nach der electriche oder der magnetischen Schwingung frage, lässt eine Antwort nicht zu. Dass in dieser Ueberlegung auch die Resultatlosigkeit einer alten optischen Streit-

frage begründet sei, ist wohl zuerst klar von Hrn. Kolaček¹⁾ ausgesprochen worden.

Reflexion.

Wir haben die Reflexion der Wellen von leitenden Flächen bereits durch die Interferenz der zurückgeworfenen Wellen mit den ankommenden nachgewiesen und auch in der Construction unserer Hohlspiegel bereits angewandt. Jetzt ist es uns aber auch möglich, die beiden Wellensysteme voneinander zu trennen. Ich stellte zunächst in einem grösseren Raume die beiden Hohlspiegel so nebeneinander, dass ihre Oeffnungen nach derselben Seite blickten, und dass ihre Axen auf einen etwa 3 m vor ihnen liegenden Punkt convergirten. Die Funkenstrecke des empfangenden Spiegels blieb selbstredend dunkel. Nunmehr stellte ich eine ebene verticale Wand aus dünnem Zinkblech von 2 m Höhe und 2 m Breite im Kreuzungspunkt der Axen so auf, dass sie senkrecht auf der Mittellinie der Axen stand. Ich erhielt einen lebhaften Funkenstrom, herrührend von dem von der Wand reflectirten Strahle. Der Funkenstrom erlosch, sobald die Wand um eine verticale Axe um etwa 15° nach der einen oder anderen Seite aus der richtigen Lage herausgedreht wurde, die Reflexion ist also eine regelmässige, nicht eine diffuse. Wurde die Wand von den Spiegeln entfernt, indem die Axen der letzteren auf die Wand convergent gehalten wurden, so nahmen die Funken sehr langsam ab. Ich vermochte noch Funken wahrzunehmen, als die Wand 10 m von den Spiegeln abstand, die Wellen also einen Weg von 20 m zu durchlaufen hatten. Diese Anordnung dürfte mit Vortheil verwandt werden, wenn es gilt, die Ausbreitungsgeschwindigkeit durch die Luft mit anderen langsameren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, z. B. solchen durch Kabel, zu vergleichen.

Um eine Reflexion des Strahles unter einem von Null verschiedenen Einfallswinkel herzustellen, führte ich den Strahl in einem Saale parallel einer Seitenwand, welche durch eine Flügelthür durchbrochen war. In dem benachbarten Zimmer, zu welchem die Thür führte, stellte ich den em-

1) F. Kolaček, Wied. Ann. 34. p. 676. 1888.

pfangenden Hohlspiegel so auf, dass seine optische Axe die Mitte der Thür durchsetzte und senkrecht die Richtung des Strahles kreuzte. Wurde nun im Kreuzungspunkte die ebene leitende Wand vertical so aufgestellt, dass sie sowohl mit dem Strahl, als mit der Axe des empfangenden Spiegels einen Winkel von 45° bildete, so trat im secundären Leiter ein Funkenstrom auf, welcher auch durch das Schliessen der Thüre nicht unterbrochen wurde. Drehte ich die spiegelnde Wand um etwa 10° aus der richtigen Lage, so erloschen die Funken. Die Reflexion ist also eine regelmässige, und Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind einander gleich. Dass der Weg der Wirkung von der Quelle der Erregung zum ebenen Spiegel und von dort zum secundären Leiter führt, konnte auch dadurch erwiesen werden, dass man auf die verschiedenen Punkte dieses Weges schattengebende Schirme stellte. Die secundären Funken erloschen alsdann stets; während eine beliebige Aufstellung der Schirme im übrigen Raume sie nicht schädigte. Mit Hülfe des kreisförmigen secundären Leiters ist es möglich, im Strahl die Lage der Wellenebene zu bestimmen, dieselbe fand sich vor und nach der Reflexion senkrecht zum Strahl, hatte also in der Reflexion eine Schwenkung um 90° ausgeführt.

Bisher standen die Brennnlinien der Hohlspiegel vertical, und die Schwingungsebene war also senkrecht auf der Einfallsebene. Um auch eine Reflexion zu erzeugen, bei welcher die Schwingungen in der Einfallsebene erfolgen, legte ich die Brennnlinien beider Hohlspiegel horizontal. Ich beobachtete die gleichen Erscheinungen wie in der bisherigen Lage und vermochte auch nicht einen Unterschied in der Intensität des reflectirten Strahles in beiden Fällen wahrzunehmen. Ist hingegen die Brennnlinie des einen der Spiegel vertical, die des anderen horizontal, so beobachtet man keine secundären Funken. Die Neigung der Schwingungsebene gegen die Einfallsebene wird also durch die Reflexion nicht geändert, sobald diese Neigung einen der beiden erwähnten bevorzugten Werthe hat; allgemein aber wird diese Behauptung nicht zutreffen. Es darf selbst als fraglich bezeichnet werden, ob der Strahl nach der Reflexion im allgemeinen noch geradlinig polarisirt sei. Die Interferenzen,

welche die sich kreuzenden Wellensysteme vor dem Spiegel bilden, und welche, wie ich bemerkte, in dem kreisförmigen Leiter zu charakteristischen Erscheinungen Anlass geben, können vielleicht am ehesten auf die dem Optiker geläufigen Fragen nach Aenderung der Phase und der Amplitude durch die Reflexion Aufschluss geben.

Wir erwähnen noch eines Versuches über die Reflexion von electricisch anisotropen Flächen. Die beiden Hohlspiegel wurden wieder nebeneinander aufgestellt, wie in dem zuerst beschriebenen Versuch über die Reflexion; ihnen gegenüber aber wurde jetzt als reflectirende Wand der erwähnte Schirm aus parallelen Kupferdrähten aufgestellt. Es zeigte sich, dass die secundäre Funkenstrecke dunkel blieb, wenn die Drähte die Richtung der Schwingungen senkrecht durchschnitten, sich aber erhellte, sobald die Drähte in die Richtung der Schwingungen fielen. Die Analogie zwischen unserer einseitig leitenden Fläche und der Turmalinplatte beschränkt sich also auf den durchgelassenen Theil des Strahles. Der nicht hindurchgelassene Theil wird von der Turmalinplatte absorbirt, von unserer Fläche aber reflectirt. Kreuzt man in dem letztbeschriebenen Versuch die Brennnlinien der beiden Spiegel, so kann man durch Reflexion an einer isotropen Wand keine Funken im secundären Leiter hervorrufen; ich überzeugte mich aber, dass dies gelingt durch Reflexion an dem anisotropen Drahtgitter, wenn man nämlich dasselbe so aufstellt, dass die Richtung seiner Drähte gegen beide Brennnlinien unter 45° geneigt ist. Der Versuch findet nach dem Vorausgegangenen leicht seine Erklärung.

Brechung.

Um zu versuchen, ob eine Brechung des Strahles beim Uebertritt aus Luft in ein anderes isolirendes Medium nachzuweisen wäre, liess ich ein grösseres Prisma aus sogenanntem Hartpech, einer asphaltartigen Masse, herstellen. Die Grundfläche war ein gleichschenkliges Dreieck von 1,2 m Schenkellänge und einem brechenden Winkel von nahezu 30° . Die Höhe des ganzen Prismas, dessen brechende Kante vertical gestellt wurde, betrug 1,5 m. Da das Prisma aber ungefähr 12 Centner wog und als Ganzes zu schwer beweglich

gewesen wäre, so war es aus drei übereinander gestellten Theilen von je 0,5 m Höhe zusammengesetzt. Die Masse war in Holzkisten eingegossen, welche, da sie sich nicht als schädlich erwiesen, um die Masse belassen wurden. Das Prisma wurde auf einer Unterlage in solcher Höhe aufgestellt, dass die Mitte seiner brechenden Kante in gleicher Höhe mit der primären und der secundären Funkenstrecke lag. Nachdem ich mich überzeugt, dass eine Brechung stattfindet und eine Schätzung über die Grösse derselben gewonnen hatte, stellte ich die Versuche in folgender Weise an: Der gebende Hohlspiegel wurde in 2,6 m Abstand vom Prisma gegen die eine brechende Fläche gewandt, so aufgestellt, dass die Mittellinie des Strahles möglichst genau auf den Schwerpunkt des Prismas hinstellte und die brechende Fläche von der Seite der Hinterfläche her unter einem Winkel von 65° traf. Neben die brechende Kante des Prismas und neben die gegenüberliegende Seite wurden zwei leitende Schirme aufgestellt, welche dem Strahl jeden anderen Weg, als den durch das Prisma, abschnitten. Auf der Seite des durchgetretenen Strahles wurde auf den Boden um den Schwerpunkt der Prismenbasis als Mittelpunkt ein Kreis von 2,5 m Radius gezeichnet. In diesem wurde nun der empfangende Spiegel so herumbewegt, dass seine Oeffnung beständig gegen den Mittelpunkt des Kreises gerichtet blieb. Wurde der Spiegel zunächst in der Verlängerung des einfallenden Strahles aufgestellt, so waren in ihm Funken nicht zu erhalten, nach dieser Richtung warf das Prisma einen vollkommenen Schatten. Es traten aber Funken auf, wenn der Spiegel gegen die Hinterfläche des Prismas hin verschoben wurde, und zwar zuerst, wenn die im Kreise gemessene Winkelverschiebung aus der Anfangslage etwa 11° betrug. Der Funkenstrom nahm an Intensität zu bis zu einer Ablenkung von etwa 22° , um dann wieder abzunehmen. Die letzten Funken waren bemerklich bei einer Ablenkung von etwa 34° . Wurde der Spiegel in der Richtung der stärksten Wirkung aufgestellt und nun auf dem Radius des Kreises vom Prisma entfernt, so konnten die Funken auf einen Abstand von 5—6 m verfolgt werden. Ein Gehülfe, welcher sich vor oder hinter das Prisma stellte, liess die Funken unfehlbar verlöschen, ein

Beweis, dass die Wirkung thatsächlich durch das Prisma, nicht auf anderem Wege zu dem secundären Leiter gelangte. Die Versuche wurden wiederholt, nachdem, ohne die Stellung des Prismas zu ändern, die Brennpuncten beider Spiegel horizontal gelegt worden waren. Eine Abweichung von den bisher beschriebenen Erscheinungen wurde dabei nicht bemerkt. Einem brechenden Winkel von 30° und einer Ablenkung von 22° in der Nähe des Minimums der Ablenkung entspricht der Brechungsexponent 1,69. Der optische Brechungsexponent wird für pechartige Körper zwischen 1,5 und 1,6 angegeben. Die Ungenauigkeit unserer Bestimmung und die Unreinheit des benutzten Stoffes lässt nicht zu, dass man der Grösse oder dem Sinn der Abweichung weitergehende Bedeutung beilege.

Wir haben die von uns untersuchten Gebilde als Strahlen electrischer Kraft eingeführt. Nachträglich dürfen wir dieselben vielleicht auch als Lichtstrahlen von sehr grosser Wellenlänge bezeichnen. Mir wenigstens erscheinen die beschriebenen Versuche in hohem Grade geeignet, Zweifel an der Identität von Licht, strahlender Wärme und electrodynamischer Wellenbewegung zu beseitigen. Ich glaube, dass man nunmehr getrost die Vortheile wird ausnutzen dürfen, welche sich aus der Annahme dieser Identität sowohl für das Gebiet der Optik, als das der Electricitätslehre ziehen lassen.

Erläuterung der Abbildungen. — Um die Wiederholung und Erweiterung dieser Versuche zu erleichtern, füge ich in Taf. IX. Fig. 1, 2_a und 2_b Abbildungen der von mir benutzten Apparate bei, obwohl dieselben ohne Rücksicht auf Dauerhaftigkeit nur für den augenblicklichen Versuch zusammengestellt waren. Fig. 1 stellt in Grundriss und Aufriss (Durchschnitt) den gebenden Spiegel dar. Man erkennt, dass das Gerüst desselben aus zwei horizontalen Rahmen von parabolischer Gestalt (*a, a*) und vier senkrechten Stützen (*b, b*) besteht, welche mit jenen Rahmen verschraubt sind und dieselben zugleich zusammenhalten und tragen. Das spiegelnde Blech ist zwischen die Rahmen und Stützen eingeklemmt und durch zahlreiche Schrauben gegen

beide befestigt. Die Stützen stehen oben und unten über das Blech vor, um bei der Handhabung des Spiegels als Griffe benutzt zu werden. Fig. 2_a stellt die Einrichtung des primären Leiters in etwas grösserem Maassstabe dar. Die beiden Metalltheile gleiten mit Reibung in zwei Hülzen von starkem Papier, welche durch zwei Kautschukbänder geschlossen gehalten werden. Ihrerseits sind diese Hülzen durch vier Stützen von Siegellack auf einem Brettchen befestigt, welches wiederum durch Kautschukbänder gegen eine auch in Fig. 1 sichtbare Holzleiste des Gerüsts gepresst wird. Die mit Guttapercha überzogenen Zuleitungsdrähte münden in zwei Löchern, welche in die Kugeln des primären Leiters gebohrt sind. Die Vorrichtung gestattet den Theilen des Leiters die nothwendige Beweglichkeit gegeneinander und kann in wenigen Minuten auseinander genommen und wieder zusammengesetzt werden, was wegen des häufigen Aufpolirens der Polflächen nothwendig ist. Dort, wo die Zuleitungsdrähte den Spiegel durchsetzen, umkleiden sie sich während der Entladungen mit bläulichem Lichte. Um dasselbe von der Funkenstrecke, deren Erregungsfähigkeit es merklich schädigt, fern zu halten, ist der Schirm *s*, bestehend aus glattem Holze, angebracht. Fig. 2_b endlich stellt die secundäre Funkenstrecke dar. Die beiden Theile des secundären Leiters sind wiederum durch Siegellackstützen und Kautschukbänder an einer Leiste des Gerüsts befestigt. Von den inneren Enden dieser Theile aus sieht man die Zuleitungsdrähte, von Glasröhren umgeben, den Spiegel durchsetzen und sich einander zuwenden. Der obere Draht trägt als Pol eine kleine Kugel von Messing. An den unteren Draht ist ein Stück einer Uhrfeder gelöthet, welches den zweiten Pol, eine feine Spitze von Kupfer, trägt. Es ist absichtlich die Spitze aus weicherem Metall als die Kugel gewählt; ohne diese Vorsicht drückt sich leicht die Spitze in die Kugel ein, und die winzigen Fünkchen entziehen sich in dem entstehenden Grübchen der Betrachtung. Man erkennt aus der Figur, in welcher Weise die Spitze durch eine Schraube bewegt wird, welche auf die Feder drückt, jedoch durch ein Glasplättchen von derselben isolirt ist. Die eigenthümliche Krümmung der Feder hat den

Zweck, die Bewegung der Spitze noch feiner zu machen, als es die Benutzung der Schraube allein gestatten würde.

Ohne Zweifel lassen sich die hier beschriebenen Apparate in weitem Sinne abändern, ohne dass deshalb der Erfolg der Versuche ausbliebe. Auf befreundeten Rath habe ich auch versucht, im secundären Leiter die Funkenstrecke durch einen stromprüfenden Froschschenkel zu ersetzen; es scheint aber dieses unter anderen Verhältnissen so empfindliche Mittel unter den gegenwärtigen zu versagen.

Karlsruhe, im December 1888.

*II. Beobachtungen über Aenderungen des electrischen Leitungsvermögens nach starkem Erwärmen der Metalle mit Hülfe der Inductionswege;
von J. Bergmann.*

Die bisherigen Untersuchungen über den Einfluss, welchen starkes Erwärmen oder Ausglühen der Metalle auf ihre electrische Leitungsfähigkeit ausübt, haben zum Theil voneinander abweichende Resultate ergeben. E. Becquerel, Siemens und Matthiessen¹⁾ beobachteten an allen von ihnen untersuchten Metallen — Silber, Kupfer, Gold, Eisen, Platin und Messing —, dass sie nach der Einwirkung der Wärme die Electricität besser leiteten, als vorher. Im Gegensatz hierzu fanden Pouillet, Mousson und Barus, dass bei Kupfer und Stahl durch Ausglühen und Ablöschen der electrische Widerstand vermehrt wird.

Um diese Widersprüche zu lösen, führte Chwolson Widerstandsbestimmungen aus an einer grösseren Zahl von Metallen²⁾, nachdem sie zuerst schwach, danach stark geglüht, sodann abgelöscht worden waren. Von Ausnahmen abgesehen, zeigte sich nach schwachem Glühen eine Verminderung, nach starkem Glühen eine Vermehrung des Wider-

1) Siehe die Zusammenstellung der Literatur bei G. Wiedemann: Die Lehre von der Electricität. 1. p. 522. 1882.

2) Chwolson, Bull. de St. Pétersbourg. 23. p. 465. 1877. Beibl. 1. p. 363.

standes, nach dem Ablöschen war der Widerstand abermals gewachsen.

Das Verhalten zweier Metalle, von Zink und Cadmium, hat Kalischer geprüft.¹⁾ Für Zink ergab sich nach dem Erwärmen auf 300° als Mittel aus sechs Beobachtungen eine Abnahme des Widerstandes um 3 Proc.; für Cadmium, welches verschiedenen hohen Temperaturen (Maximum 250°) ausgesetzt wurde, desgl. eine Abnahme von 0,16 — 0,19 Proc.

Die vorstehend erwähnten Resultate hat man erhalten theils mit Hülfe des Differentialgalvanometers, theils mit Anwendung der Wheatstone'schen Brücke durch Messungen an Drähten. Bei der Abhängigkeit der electricischen Leitungsfähigkeit von der Molecularstructur der Metalle dürften Beobachtungen über die in Rede stehenden Wirkungen der Wärme auch an anderen körperlichen Formen als Drähten von Interesse sein.

Im Folgenden soll berichtet werden über Versuche, welche an kreisförmigen Platten angestellt wurden, und zwar mit Hülfe der Inductionswage. Die Platten waren aus gewalztem Blech ausgeschnitten und hatten, entsprechend den Durchmessern der Stücke des angewendeten electricischen Gewichtssatzes, 70 mm Durchmesser. Untersucht wurden Kupfer, Aluminium, Magnesium und Zink, ausserdem noch Neusilber. Das Magnesium war chemisch rein, das Kupfer enthielt 1 Proc., das Aluminium 2 Proc. qualitativ nicht näher bestimmbare fremde Beimengungen. Zink und Neusilber sind dem im Handel vorkommenden Material entnommen. — Die Inductionswage war dieselbe, welche für die Zwecke einer im Verein mit A. Oberbeck über das relative electricische Leistungsvermögen der Metalle ausgeführten Untersuchung hergestellt worden war. In der hierüber veröffentlichten Abhandlung²⁾ sind die Versuchsanordnung und die der Wägung völlig analoge Untersuchungsmethode näher beschrieben. Als Messinstrument diente das Electrodynamometer.³⁾

1) Kalischer, Carl's Rep. 18. p. 193 u. 292. 1882. Beibl. 6. p. 441.

2) Oberbeck, Wied. Ann. 31. p. 792. 1887.

3) Eine einfache Form eines selbstthätigen Disjunctors zur Verbindung der Inductionswage mit dem Galvanometer wird Verf. bei einer anderen Gelegenheit mittheilen.

Für jede untersuchte Platte wurde bestimmt: 1) der Durchmesser d mit Hülfe eines Kathetometers, 2) das spezifische Gewicht s , 3) das Gewicht p . Daraus berechnet sich die Dicke $\delta = 4p/d^2\pi s$.

Vor Beginn der Untersuchung mit der Inductionswage wurde der electriche Gewichtssatz einer Prüfung unterzogen. Dabei ergaben sich für die einzelnen Stücke wieder die schon l. c. mitgetheilten Werthe, sodass sofort zur Bestimmung der Inductionswerthe der Platten übergegangen werden konnte. Sie wurde für jede Platte zweimal ausgeführt, und aus dem arithmetischen Mittel beider Beobachtungen der Inductionswerth für 1 mm Plattendicke abgeleitet. Hieraus folgt dann die electriche Leitungsfähigkeit, bezogen auf Quecksilber als Einheit, durch Division mit dem Inductionswerthe, welcher einer kreisförmigen Quecksilberschicht von 70 mm Durchmesser und 1 mm Dicke entspricht. Als solcher ergab sich 10,185 bei einer Temperatur von 17° .

Wenn die Durchmesser der Platten den Betrag von 70 mm nicht genau ausmachten, so wurde die Abweichung in Rechnung gezogen und die anzubringende Correction einer nach der Gleichung:

$$J = AD^2(1 + BD^2)$$

berechneten Tabelle entnommen, wo J den Inductionswerth, D den Durchmesser einer Platte bedeutet. Versuche über die Abhängigkeit der Inductionswerthe von den Durchmessern der Platten hatten ergeben, dass die ersteren etwas schneller wuchsen, als die Quadrate der letzteren.¹⁾

Um die Leitungsfähigkeit auf 0° zu reduciren, wurde der bei t° beobachtete Inductionswerth multiplicirt mit dem Factor:

$$\frac{1 - 0,00367 t}{1 - 0,001 t}$$

Nur bei Neusilber ist hierin an Stelle von 0,00367 der zugehörige Temperaturcoefficient 0,0335 gesetzt.

In den Tabellen sind mit ABC die einzelnen Platten bezeichnet; ferner bedeutet:

δ die Dicke der Platten, ausgedrückt in Millimetern,
 s das spezifische Gewicht,

1) Vgl. die eben citirte Abhandlung p. 804.

J_1 und J_2 den bei jeder Bestimmung mit der Inductionswage gefundenen Inductionswerth, dividirt durch die Dicken der Platten,

J_m das Mittel von J_1 und J_2 ,

λ die aus J_m berechnete Leitungsfähigkeit des Metalles für 0° , bezogen auf Quecksilber von 0° als Einheit.

Die erste Untersuchung der Platten in dem Zustande, in welchem sie aus den Blechen ausgeschnitten und an der Oberfläche durch Abreiben mit feinem Smirgelpapier gereinigt waren, ergab:

Tabelle I.

Platte	δ	s	J_1	J_2	J_m	λ
Kupfer.						
A	0,0542	9,048	514,82	511,85	513,34	52,79
B	0,054	9,057	514,81	516,03	515,42	53,01
C	0,0545	9,086	529,31	527,70	528,51	54,29
Aluminium.						
A	0,416	2,746	277,52	278,30	277,91	28,58
B	0,417	2,745	285,96	287,54	286,75	29,48
Magnesium.						
A	0,947	1,741	175,63	175,23	175,43	18,04
B	0,940	1,743	171,33	171,54	171,44	17,63
Zink.						
A	0,793	7,185	149,09	149,42	149,26	15,35
B	0,795	7,182	148,92	149,00	148,96	15,32
Neusilber.						
A	1,032	8,583	72,26	71,80	72,03	7,41
B	1,017	8,585	72,71	72,55	72,63	7,47

Wie zu erwarten war, stimmen die für λ gefundenen Zahlen mit den für die electriche Leitungsfähigkeit der betreffenden Metalle bekannten gut überein. Nur das untersuchte Neusilber zeigt einen verhältnissmässig hohen Werth.

Hierauf wurden die Platten im Luftbade bis zu einer Durchschnittstemperatur von 300° eine Stunde lang erwärmt. Die Erwärmung wurde in einem doppelwandigen, mit Glimmer ausgelegten Kupferkasten vorgenommen, der so eingerichtet war, dass die innerhalb herrschende Temperatur bestimmt werden konnte. Zur Beobachtung derselben dienten zwei Quecksilberthermometer. Die Angaben des einen

schwankten zwischen 288 und 306°, die des anderen zwischen 298 und 314°.

Nach langsamer Abkühlung und Entfernung der bei der Erwärmung entstandenen Oxydschichten wurden alle Untersuchungen in ganz derselben Weise wiederholt. Dann ergaben sich die in der folgenden Tabelle mitgetheilten Resultate.

Tabelle II.

Platte	δ	s	J_1	J_2	J_m	λ
Kupfer.						
A	0,0540	9,000	532,37	531,50	531,94	54,71
B	0,0540	8,976	528,53	527,83	528,18	54,32
C	0,0543	8,938	532,52	534,28	533,40	54,85
Aluminium.						
A	0,416	2,741	296,69	298,9	297,80	30,62
B	0,418	2,739	294,69	299,8	297,25	30,57
Magnesium.						
A	0,944	1,743	185,7	188,6	187,15	19,24
B	0,937	1,743	183,34	183,2	183,27	18,85
Zink.						
A	0,792	7,188	152,71	153,14	152,93	15,73
B	0,793	7,189	152,29	152,91	152,6	15,69
Neusilber.						
A	1,031	8,578	71,93	72,05	71,99	7,40
B	1,017	8,583	72,46	72,58	72,52	7,46

Vergleicht man die Werthe λ beider Tabellen, so erkennt man bei den Metallen überall eine durch die Einwirkung der Wärme hervorgebrachte Steigerung der electrischen Leitungsfähigkeit, während die Legirung eine geringe Abnahme derselben erfahren hat. Der Betrag der Aenderung in Procenten ist für die einzelnen Platten:

	A	B	C
Kupfer . . .	3,63	2,47	1,03 Proc.
Aluminium .	7,14	3,69	— "
Magnesium .	6,65	6,92	— "
Zink . . .	2,48	2,42	— "
Neusilber . .	-0,13	-0,13	— "

Die Ursachen dieses Processes sind auf gewisse, durch die Wärme bedingte Vorgänge in der Molecularstructur der Metalle zurückzuführen. Letztere geben sich zu erkennen durch eine Erscheinung, auf welche Kalischer hingewiesen

und mit ihr, soweit es sich um Drähte handelt, die Aenderungen des electrischen Leitungsvermögens erklärt hat.¹⁾ Mehrfache Untersuchungen haben Kalischer zu folgenden Resultaten geführt:

1) Der natürliche Zustand der meisten Metalle ist der krystallische oder krystallinische, welcher ihnen durch mechanische Einwirkung, den einen leicht, den anderen schwer, einigen vielleicht gar nicht, genommen werden kann.

2) Unter dem Einfluss der Wärme können viele Metalle in die infolge mechanischer Einwirkung verschwundene krystallinische Structur wieder übergeführt werden.

3) Aus der unter diesem Einfluss erfolgenden Annahme der krystallinischen Structur der Drähte einiger Metalle erklärt sich mindestens zum Theil die grössere electrische Leitungsfähigkeit derselben, die sie durch Erwärmen, Glühen erlangen.

In den auf p. 784 unter 1) citirten Abhandlungen ist die durch Wärme bewirkte krystallinische Structur sowohl an Drähten, als namentlich an Blechen für viele Metalle und mehrere Legirungen nachgewiesen worden. Die Methode, die Structur sichtbar zu machen, besteht in dem Anätzen der Oberflächen mit Salzlösungen oder verdünnten Säuren, ein Verfahren, das sich mit Hülfe des electrischen Stromes noch fördern lässt, wenn man die zu ätzenden Objecte als Anoden verwendet.

Im Anschluss an das Mitgetheilte liegt die Frage nach dem Verhalten von Material nahe, welches mechanischen Einwirkungen, wie Walzen, Ziehen, Hämmern und dergl. möglichst wenig ausgesetzt war. Dieselben sind gänzlich ausgeschlossen, wenn die Metalle in compacter Form aus ihren Lösungen electrolytisch ausgeschieden wurden und in diesem Zustande zur Untersuchung kommen. Mit der Inductions Wage hat der Verfasser in dieser Weise Bestimmungen an Kupfer ausgeführt.

Zunächst handelte es sich darum, das Metall wieder in kreisförmigen Platten von geeignetem, durch den electrischen Gewichtssatz bedingten Durchmesser zu erhalten, was sich auf galvanoplastischem Wege folgendermassen erreichen liess.

1) Kalischer, vgl. p. 784 dieser Abb.

Mattes Glas von möglichst feinem Schliff wurde vermittelst gewöhnlicher Schreibstifte auf der angeschliffenen Seite mit einer Graphitschicht überzogen. Auf die graphitirte Seite wurde ein aus sehr dünnem Kupferblech geschnittener, mit einem Ansatz versehener Ring von ca. 80 mm innerem Durchmesser gelegt und darüber wieder passend ausgeschnittene Glasplatten, sodass eine kreisförmige Graphitfläche von 70 mm Durchmesser frei blieb. Das Ganze wurde zusammengebunden, der vorstehende Ringansatz mit einem Guttaperchaüberzug versehen und der Zwischenraum zwischen den äusseren Rändern der Platten mit Paraffin ausgefüllt. Man übersieht, dass die so hergestellte Electrode beim Einsenken in die Kupferlösung mit der Flüssigkeit in leitender Berührung war nur an der graphitirten Kreisfläche, zu welcher an ihrem ganzen Umfange der electriche Strom durch den aufliegenden Kupfering Zutritt hatte.

Als Electrolyt diente die Lösung des Sulfates. Nach Beendigung der Electrolyse konnte der entstandene Kupferniederschlag leicht und bequem von der Kathode losgelöst werden, und die Platten hatten die gewünschte Form.

Ein Uebelstand erforderte noch eine Vorsichtsmaassregel. Während die Graphitseite der Kupferplatten völlig eben war, zeigte die nach der Flüssigkeit zugekehrt gewesene Oberfläche, wenn die Electroden vertical gestanden hatten, jedesmal kleine, höckerartige Erhebungen, welche reihenweise und alle in gleicher Richtung angeordnet waren. Gewisse infolge der Concentrationsänderungen entstandene stationäre Strömungen hatten zu jenen Unregelmässigkeiten Veranlassung gegeben. Um sie zu vermeiden, wurde deshalb die Kathode in der Lösung horizontal und nahe unter der Oberfläche angebracht, und der Strom durch eine auf dem Boden des Gefässes liegende Anode zugeleitet. Dadurch gelang es, Platten von ganz gleichmässiger Dicke zu erzielen. Die Oberflächen waren nunmehr von Höckern ganz frei, dagegen, wie man mit Hülfe des Mikroskops wahrnehmen konnte, mit unzähligen kleinen Krystallen bedeckt.¹⁾

1) Hr. W. Deecke, welcher die krystallographischen Eigenschaften untersucht hat, liess mir darüber nachstehende Mittheilungen zugehen.

Im Folgenden werden die Resultate der Beobachtungen mitgetheilt, welche an vier electrolytisch hergestellten Kupferplatten ausgeführt wurden. Die Untersuchungen geschahen in der oben beschriebenen Weise, und die ersten Bestimmungen der Platten ergaben die in Tabelle III enthaltenen Zahlen.

Tabelle III.

Platte	δ	s	J_1	J_2	J_m	λ
<i>A</i>	0,222	8,873	519,4	519,95	519,68	53,45
<i>B</i>	0,242	8,896	512,8	514,92	513,86	52,95
<i>C</i>	0,219	8,836	494,5	496,4	495,45	50,96
<i>D</i>	0,178	8,809	488,6	491,3	489,95	50,38

Die Leitungsfähigkeit dieses electrolytisch dargestellten Kupfers bei 0°, bezogen auf Quecksilber von 0° als Einheit, lag also zwischen den Grenzen 53,45 und 50,38. Bemerkenswerth sind die niedrigen Werthe, welche die Platten *C* und

„Die vorliegenden Kupferplatten sind mit zahlreichen kleinen, etwa 0,015—0,03 mm messenden Kryställchen desselben Metalles bedeckt. Da dieselben anscheinend parallel aufgewachsen sind, so erzeugen sie im reflectirten Lichte trotz der geringen Grösse der einzelnen Individuen dennoch einen bestimmt orientirten seiden- oder atlasartigen Schimmer, welcher in jedem Falle die ganze Platte umfasst. Unter dem Mikroskope erkennt man, dass Pyramidenwürfel vorliegen, welche mit einer Octaëder-ecke aufgewachsen sind, und deren trigonale Axe also senkrecht steht. Bei voller horizontaler Drehung der Platte spiegeln nacheinander sechs Flächen mit 3 + 3 in einer Spitze sich vereinigenden Kanten ein. Die Flächen sind häufig nach der Würfelkante gestreift und wegen rascheren Krystallwachstums in der Richtung der Kanten mitunter schwalbenschwanzartig ausgebuchtet. Ganz vereinzelt erscheint als Abstumpfung der Ecke das Octaëder und ist dann regelmässig rauh und undeutlich ausgebildet. Zur näheren Bestimmung des Pyramidenwürfels wurde der orientirte Schimmer benutzt. Die ganze Platte, auf das Goniometer gesetzt und, so gut es ging, justirt, ergab bei Schimmermessung mit ziemlicher Constanz Winkel von im Mittel 65°. Will man aus diesen Messungen ein Zeichen für den Pyramidenwürfel ableiten, so könnte man auf 0005 schliessen, wo der Flächenwinkel an der Würfelkante 113° 8', resp. 66° 52' beträgt. Dass in der That ein stumpfes Tetrakishexaeder vorliegt, erkennt man auch unter dem Mikroskop, wo deutlich zu beobachten ist, dass die Würfelkanten schärfer sind, als die Polkanten. Auch an natürlichen Krystallen sind Pyramidenwürfel mit zur Unterlage senkrechter trigonaler Axe nicht selten.“

D für λ zeigen. Soweit dem Verfasser bekannt, sind andere Beobachtungen, als die vorstehenden, über diesen Gegenstand nicht vorhanden.

Nachdem alle vier Platten gleichfalls wieder im Luftbade eine Stunde lang auf 300° erwärmt und von den dabei entstandenen Oxydschichten befreit waren, lieferten die wiederholten Untersuchungen die folgende Tabelle.

Tabelle IV.

Platte	δ	s	J_1	J_2	J_m	λ
<i>A</i>	0,217	8,846	537,8	540,4	539,1	55,44
<i>B</i>	0,240	8,832	530,6	531,8	531,2	54,63
<i>C</i>	0,213	8,854	521,7	526,1	523,9	53,88
<i>D</i>	0,174	8,741	512,5	515,8	514,15	52,87

Hieraus geht hervor, dass auch Kupfer, in schon ausgeprägt krystallischem Zustande einige Zeit lang einer hohen Temperatur ausgesetzt, durch die Erwärmung besser leitend geworden ist. Im vorliegenden Falle beträgt die Erhöhung der Leitungsfähigkeit

für Platte	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
	3,72	3,17	5,73	4,94 Proc.

Wie auf das electriche Leitungsvermögen, so hat die Wärme auch auf eine andere physikalische Eigenschaft der Metalle eine Wirkung ausgeübt, worauf kurz hingewiesen werden mag.

Die Reihen für s in Tabelle II und IV lassen beim Vergleichen mit den entsprechenden Reihen von Tabelle I und III eine mehrfach nicht unerhebliche Aenderung des specifischen Gewichtes erkennen, welches theils grösser, theils geringer geworden ist. Auch Siemens und Kalischer haben derartige Wärmewirkungen beobachtet.¹⁾

Der Ausdehnung der an electrolytischem Kupfer angestellten Versuche auf andere Metalle stellen sich nur die mit der electrolytischen Ausscheidung der Metalle in compacter Form verbundenen Schwierigkeiten entgegen. Soweit es sich um die Inductionswage handelt, gehen die Untersuchungen leicht und sicher von statten.

Physikal. Inst. der Univ. Greifswald, Dec. 1888.

1) Vgl. die oben citirten Abhandlungen.

III. *Die Dielectricitätsconstanten einiger organischen Flüssigkeiten;*
von S. Tereschin aus St. Petersburg.

(Hierzu Taf. IX Fig. 3—4).

In einer in diesen Annalen veröffentlichten Abhandlung¹⁾ haben die Herren Cohn und Arons gezeigt, auf welche Weise die Silow'sche Methode zur Messung der Dielectricitätsconstanten leitender Flüssigkeiten angewandt werden kann. Es war dort als nächste Aufgabe bezeichnet: 1) Salzlösungen bis zu einer möglichst grossen Concentration zu untersuchen und die Beziehungen zwischen derselben und der Dielectricitätsconstante festzulegen. 2) Die Messung auf einige homologe Reihen auszudehnen, um zu erforschen, ob den gesetzmässigen Structurunterschieden homologer Verbindungen auch regelmässige Aenderungen der Dielectricitätsconstanten entsprechen, wie es in Bezug auf andere physikalische Constanten der Fall ist.

Auf Veranlassung der genannten Herren und durch ihren Rath unterstützt, habe ich zunächst die zweite Aufgabe in Angriff genommen.

Beobachtungsverfahren und Apparate.

Die von Cohn und Arons angewandte Methode besteht im wesentlichen darin, dass man die Ablenkungen eines Quadrantelectrometers, das mit der Flüssigkeit gefüllt werden kann, zuerst in der Luft, dann in der zu untersuchenden Flüssigkeit bestimmt. Die entsprechenden Potentialdifferenzen zwischen Nadel und Quadranten werden gleichzeitig an einem zweiten Electrometer abgelesen. Aus diesen Daten lässt sich dann die Dielectricitätsconstante der Flüssigkeit berechnen.

Dieses Verfahren hat seinen Mangel darin, dass man oft zur Beobachtung sehr kleiner Ausschläge genöthigt ist. Sind nämlich die Empfindlichkeiten der beiden Electrometer so abgeglichen, dass die gleichzeitigen Ausschläge in Luft ungefähr gleich gross sind, so werden dieselben, sobald das

1) Cohn u. Arons, Wied. Ann. 33. p. 14. 1888.

Flüssigkeitselectrometer gefüllt wird, sehr verschieden. Infolge dessen muss der Ausschlag des einen sehr klein genommen werden, damit der des anderen die messbare Grenze nicht überschreite. Hat man dagegen die Empfindlichkeiten der Apparate so verändert, dass man gleich grosse Ausschläge an den beiden nur nach der Füllung des Flüssigkeitselectrometers hat, so wird die Luftbeobachtung (in beiden Electrometern Luft) durch den grossen Unterschied der Ausschläge gleichfalls erschwert. Besonders macht dieser Umstand sich bei den Versuchen mit Wasser merkbar. In diesem Falle wird der Ausschlag nach der Füllung des Apparates im Verhältnisse 1 zu ca. 80 gesteigert.

Um diese Unbequemlichkeit womöglich zu vermeiden, bin ich bei diesen Messungen so verfahren, dass eine directe Vergleichung mit Luft nur für eine Flüssigkeit — Aethylalkohol von 98 Proc. — ausgeführt wurde. Mit demselben wurden dann die anderen untersuchten Flüssigkeiten in Bezug auf ihre Dielectricitätsconstante verglichen. Demgemäss war meine Anordnung der Messung folgende.

Es wurden zwei ähnlich gebaute Flüssigkeitselectrometer nebeneinander in den Stromkreis geschaltet. Der eine von mir verwendete Apparat war derselbe, dessen die Herren Cohn und Arons sich bei ihrer Untersuchung bedienten, und der in der oben erwähnten Abhandlung beschrieben ist. Das zweite Electrometer war in folgender Weise construirt. Auf einem massiven Messingdreifusse ist eine starke Messingplatte *cc* (Fig. 3) befestigt, die die weiteren Theile des Instrumentes trägt. Durch diese Platte gehen zunächst isolirt vier cylinderförmige verticale Kastenquadranten *aaa*, von der Form, wie es in der Fig. 4 in perspectivischer Ansicht gezeigt ist. Die Quadranten tauchen in das gläserne, zur Aufnahme der Flüssigkeit bestimmte Reservoir *df fd*, das von unten mittelst eines Messingringes und Bajonnettverschlusses leicht angesetzt werden kann. Das Reservoir wurde in möglichst kleinen Dimensionen gebaut, damit auch die Untersuchung einiger theurer Flüssigkeiten möglich wäre. Der Boden des Reservoirs ist deshalb in der Mitte bis *ff* eingezogen. Der zur Aufhängung der Nadel dienende feine Kupferdraht geht durch die in der Mitte der Platte *cc* be-

findliche Oeffnung und ein über derselben befestigtes Glasrohr *gg* zu der Suspensionsvorrichtung, die mit einem Torsionskopfe versehen ist. Der Aufhängedraht dient zugleich als Zuleitung; sein Widerstand beträgt etwa 2 S.-E. Die Nadel *nn* besteht ebenfalls aus zwei verticalen, cylinderförmigen Quadranten, die an einem horizontalen Bügel befestigt sind. Die Nadel wie auch alle in die Flüssigkeit eintauchenden Theile sind mit Platin überzogen. Der ganze mit Flüssigkeit gefüllte Raum ist dicht geschlossen, wodurch die Verdampfung der Flüssigkeit wie auch jede Verunreinigung derselben verhindert wird.

Die Construction des anderen Apparates ist in den Hauptzügen dieselbe. Nur besitzt er anstatt der Kastenquadranten einwandige, cylinderförmige Quadranten, die isolirt in radialen Schlitten verschiebbar sind. Dadurch ist es möglich, die Empfindlichkeit des Apparates im Verhältniss 1:10 zu variiren.

Die Nadel und ein Paar Quadranten jedes Electrometers waren dauernd zur Erde abgeleitet, während die übrigen vier Quadranten miteinander durch eine Leitung von geringem Widerstand verbunden waren und mittelst eines Schlüssels mit der Electricitätsquelle in Verbindung gesetzt werden konnten. Es hat sich gezeigt, dass das von den Herren Cohn und Arons als Electricitätsquelle benutzte Inductorium sich mit Vortheil durch eine Batterie von Accumulatoren, deren Strom mittelst eines rotirenden Commutators schnell gewechselt wird, ersetzen lässt. Die Gleichmässigkeit der in dem Stromkreise verlaufenden Wechselströme war genügend, um eine feste, dauernde Einstellung der Nadel zu erreichen. Dies war von grosser Wichtigkeit, da ich allein die Ablesungen an den beiden Electrometern machte.

Der Commutator wurde durch einen Wassermotor in Gang gesetzt und gestattete, die Stromrichtung bis 38 mal per Secunde zu wechseln. Er bestand aus einem auf einer verticalen Axe drehbaren Kautschukcylinder mit zwei aufgelegten und voneinander isolirten Halbcylindern aus Messing, auf welche vier Messingfedern drückten. Die letzteren waren mit vier Klemmen metallisch verbunden. Zu zwei von

diesen Klemmen gingen die Drähte von den Polen der Batterie; die dritte stand mit den Electrometern in Verbindung, während die vierte zur Erde abgeleitet war.

Die Dielectricitätsconstanten wurden durch folgende Operationen ermittelt. Zunächst wurden die beiden Electrometer mit einer und derselben Flüssigkeit X gefüllt und, nachdem die Nadeln sich beruhigt hatten, mit der Electricitätsquelle in Verbindung gesetzt. Es wurden die gleichzeitigen Ausschläge abgelesen. Dann wurde z. B. das Electrometer I entleert, mehrmals mit Alkohol abgespült, getrocknet und mit Flüssigkeit Y gefüllt.¹⁾ Die Ausschläge wurden wieder bestimmt. Die wegen der unvollständigen Symmetrie der Apparate nothwendigen Correctionen wurden vorher durch Calibrirung der beiden Instrumente ermittelt und dann jedesmal bei der Berechnung der Resultate berücksichtigt.

Bezeichnen wir die Potentialdifferenz zwischen Nadel und Quadranten der beiden Electrometer bei der ersten Operation mit V_a , bei der zweiten mit V_b , seien A_1 und B_1 die der ersten, resp. zweiten Operation entsprechenden corrigirten Ausschläge des Electrometers I, A_2 und B_2 des Electrometers II; seien K_x und K_y die Dielectricitätsconstanten der Flüssigkeiten X und Y, so haben wir die Gleichungen:

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{K_x}{K_y} \frac{V_A^2}{V_B^2}, \quad \frac{A_2}{B_2} = \frac{V_A^2}{V_B^2},$$

somit ist dann:

$$\frac{K_y}{K_x} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{B_1}{B_2}.$$

Ist die Dielectricitätsconstante irgend einer Flüssigkeit aus dem Vergleich mit Luft bekannt, so lassen sich nach dem obigen Verfahren die Dielectricitätsconstanten anderer Flüssigkeiten ermitteln.

Für jede Flüssigkeit wurden mehrere Bestimmungen gemacht, und dabei variirten die Ausschläge von etwa 30 bis 600 Scalentheile. Aus den Verhältnissen der gleichzeitigen

1) Ob das empfindliche oder weniger empfindliche Electrometer mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt wurde, hing von der Grösse der zu erwartenden Dielectricitätsconstante ab.

Ausschläge (A_1/A_2 und B_1/B_2) wurden Mittel berechnet, welche in nachstehenden Tabellen unter M_0 und M eingeführt sind.

Bevor ich zu den Messungen gelangte, habe ich zur Prüfung der Apparate und des Verfahrens einige Controlversuche angestellt.

a) Es hat sich zunächst gezeigt, dass der Nullpunkt des Electrometers nach seiner Füllung stets um einige Scalentheile verlegt wurde; es war daher nothwendig, sich zu überzeugen, dass die Empfindlichkeit des Apparates bei dem Einfüllen durch irgend welche mechanische Störungen nicht beeinflusst wurde. Es wurden die Empfindlichkeiten der Electrometer in Luft, Wasser und Alkohol verglichen. Wurde die Nadel stets durch Drehen an dem oben angebrachten Torsionskopfe zurückgeführt, so gaben die drei Versuchsreihen übereinstimmende Resultate, wie aus folgender Tabelle zu ersehen ist. Hier bedeuten die unter V angegebenen Zahlen die Verhältnisse der gleichzeitigen Ausschläge.

Tabelle I.

Luft			Wasser			Alkohol		
El. I.	El. II.	V	El. I.	El. II.	V	El. I.	El. II.	V
Ausschläge			Ausschläge			Ausschläge		
613,0	207,6	3,15	212,0	67,0	3,18	100,0	30,5	3,18
633,7	199,4	3,18	148,0	47,0	3,15	183,0	60,3	3,03
466,7	146,0	3,19	401,0	130,0	3,07	309,0	97,0	3,18
265,8	83,1	3,17	94,5	30,0	3,12	480,0	150,0	3,20
255,8	81,9	3,12	"	"	"	"	"	"
Mittel		3,16			3,13			3,15

Beim Eingiessen der verschiedenen Flüssigkeiten verlegte sich der Nullpunkt nur sehr wenig.

b) Es wurden Messungen an einer und derselben Flüssigkeit bei verschiedener Empfindlichkeit der Apparate angestellt. Die letztere konnte auf doppelte Weise verändert werden: 1) durch Verschieben der Quadranten des Electrometers II; 2) durch Aenderung des Aufhängedrahtes in jedem Apparate. Die Uebereinstimmung der verschiedenen Bestimmungen war stets eine ganz befriedigende. Hierfür liefert fast jede der unten folgenden Tabellen den Beweis.

c) Einige Versuche bei verschiedener Stromstärke und verschiedener Anzahl Umdrehungen des Commutators, wobei die Zahl der Stromwechsel zwischen 12 und 38 in der Secunde variierte, mögen den Beweis dafür liefern, dass die an der Nadel und an den Quadranten auftretende Polarisaton, welche durch alternirende Ströme nur theilweise ausgeschlossen werden kann, auf das Resultat meiner Versuche keinen merklichen Einfluss hatte. Es ergab sich u. a.:

Tabelle II.

(z-Zahl der Stromunterbrechungen per Secunde.)

$z = 12$			$z = 38$		
El. I.	El. II.	I'	El. I.	El. II.	I'
Ausschläge			Ausschläge		
In beiden Wasser.					
440,0	133,5	3,29	301,0	93,0	3,25
209,0	63,0	3,32	201,0	62,0	3,25
108,5	33,0	3,29	110,0	33,0	3,33
Mittel 3,30			3,28		
Im El. I. Aethylalkohol, im El. II. Wasser.					
426,0	402,0	1,06	401,0	382,0	1,05
217,0	208,0	1,04	132,0	121,0	1,09
108,0	100,0	1,08	93,0	89,0	1,04
Mittel 1,04			1,06		

Resultate.

Als Vergleichsflüssigkeit wurde Aethylalkohol von 98 Proc. gewählt, weil diese Flüssigkeit eine mittlere Dielectricitätsconstante besitzt. Sie ist ausserdem rein zu bekommen und zeitlichen Aenderungen, wenn sie gut aufbewahrt wird, wenig unterworfen.

Zur Bestimmung der Dielectricitätsconstante des Aethylalkohols wurde zunächst das Electrometer II mit Aethylalkohol von 98 Proc. gefüllt, während das andere Electrometer Luft enthielt. Es wurde bei verschiedenen Potentialdifferenzen der Ausschlag des Electrometers II beobachtet; der gleichzeitige Ausschlag des Electrometers I wurde aus fünf Schwingungen bestimmt. Die Empfindlichkeiten der Apparate wurden vorher und nachher sorgfältig verglichen, indem die beiden Electrometer dieselbe Flüssigkeit enthielten.

In der nächstfolgenden Tabelle, wie auch in allen späteren ist folgende Bezeichnung eingeführt:

n Zahl der Beobachtungen.

$M_0 = A_1/A_2$ Mittelwerth aus den Verhältnissen der corrigirten Ausschläge des Electrometers I zu denjenigen des Electrometers II, wenn beide mit einer und derselben Flüssigkeit gefüllt sind.

$M = B_1/B_2$ Mittelwerth aus diesen Verhältnissen, wenn die Apparate verschiedene Flüssigkeiten oder (in Tab. III) der eine Flüssigkeit, der andere Luft enthält.

ΔM_0 und ΔM die grössten Abweichungen einzelner Werthe dieser Verhältnisse von ihren Mittelwerthen M_0 , resp. M .

K die Dielectricitätsconstante der zu untersuchenden Flüssigkeit.

t° ihre Temperatur (Cels.).

Zwischen den Beobachtungen verschiedener Horizontalreihen, welche sich auf die gleiche Flüssigkeit beziehen, liegen Aenderungen an dem einen oder anderen Electrometer, die das Empfindlichkeitsverhältniss beeinflusst haben (vgl. oben p. 796).

Tabelle III.

M_0 : in beiden Electrometern Aethylalkohol,
 M : in I Luft, in II Aethylalkohol.

n	M	ΔM	n	M_0	ΔM_0	$K = \frac{M_0}{M}$	t
10	0,133	0,002	10	3,55	0,05	26,8	14
7	0,122	0,003	7	3,32	0,04	27,2	14

Es ergibt sich also im Mittel für den 98procentigen Aethylalkohol die Dielectricitätsconstante $K_a = 27,0$.

In der folgenden Tabelle sind die Dielectricitätsconstanten einer Reihe von Alkoholen und Estern, sowie verschiedenen anderen Flüssigkeiten angegeben. Bei den Messungen derselben waren zunächst beide Electrometer mit Aethylalkohol gefüllt ($M_0 = A_1/A_2$), sodann wurde das Electrometer I mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ($M = B_1/B_2$); M/M_0 gibt dann die Dielectricitätsconstante der untersuchten Flüssigkeit.

sigkeit, bezogen auf Aethylalkohol; hieraus erhalten wir diejenige auf Luft bezogen als:

$$K = \frac{M}{M_0} \cdot 27,0.$$

Tabelle IV.

Substanz		<i>n</i>	<i>M</i>	ΔM	<i>n</i>	<i>M</i> ₀	ΔM_0	<i>K</i>	<i>t</i>
Alkohole	Methyl-	10	1,69	0,04	10	1,41	0,01	32,7	14,0
	"	5	1,47	0,03	5	1,23	0,03	32,6	"
	Propyl-	5	1,19	0,03	6	1,41	0,01	22,8	"
	Amyl-	11	0,82	0,02	10	1,40	"	15,9	13,5
Formiate	Methyl-	8	0,595	0,022	9	1,60	0,06	10,0	13,5
	"	5	1,400	0,003	5	3,85	0,03	9,8	14,0
	Aethyl-	10	0,540	0,019	9	1,60	"	9,1	"
	Isobutyl-	10	0,498	0,010	"	"	"	8,4	13,5
	Amyl-	10	0,455	0,014	"	"	"	7,7	15,0
Acetate	Methyl-	5	1,09	0,020	5	3,85	0,06	7,7	14,0
	"	10	0,684	0,015	10	2,35	0,05	7,8	"
	Aethyl-	10	0,386	0,004	9	1,60	0,03	6,5	"
	Propyl-	8	0,378	0,008	7	1,61	0,06	6,3	13,0
	Isobutyl-	10	0,352	0,011	10	1,60	0,03	5,8	14,5
	Amyl-	10	0,306	0,014	9	"	"	5,2	"
Benzonate	Methyl-	6	0,852	0,024	6	3,20	0,08	7,2	13,0
	"	"	0,861	0,018	"	3,56	0,04	6,5	13,5
	Isobutyl-	"	0,395	0,006	"	1,77	0,05	6,0	14,0
	Amyl-	"	0,638	0,004	"	3,34	0,01	5,2	"
	Aethylpropionat. .	7	0,708	0,006	7	3,20	0,07	6,0	14,0
	Aethylbutyrat . .	"	0,627	0,010	"	"	"	5,3	"
	Aethylvalerat . .	"	0,585	0,012	"	"	"	4,9	"
	Anilin	9	0,320	0,005	9	1,16	0,03	7,5	"
	Kohlenstofftetra-								
	chlorid	3	0,143	0,003	3	1,77	0,05	2,2	"
	Xylol	10	0,309	0,007	10	3,55	"	2,35	13,5

Xylol wurde zur Controle in die Zahl der untersuchten Flüssigkeiten aufgenommen. Die Dielectricitätsconstante desselben ist von Cohn und Arons nach drei verschiedenen Methoden bestimmt worden; ihre Messungen ergaben 2,36; 2,36 und 2,37; der von mir erhaltene Werth 2,35 fällt mit derselben zusammen.

Weitere Messungen galten der Bestimmung der Dielectricitätsconstante des Wassers.

Bei diesen Versuchen enthielten zunächst wieder beide Electrometer Aethylalkohol ($M_0 = A_1/A_2$), sodann wurde das

Electrometer II mit Wasser gefüllt ($M = B_1/B_2$). Es ergibt sich für die Dielectricitätsconstante des Wassers:

$$K_{aq} = \frac{M}{M_0} \cdot 27,0.$$

Tabelle V. Wasser.

<i>n</i>	<i>M</i>	<i>ΔM</i>	<i>n</i>	<i>M</i> ₀	<i>ΔM</i> ₀	<i>K</i> _{aq}	<i>t</i>
6	1,13	0,06	11	3,51	0,03	83,1	13,0
21	1,25	0,03	9	3,91	0,09	84,5	13,5

Es ist also im Mittel $K_{aq} = 83,8$.

Um diesen Werth zu controliren, wurde die Dielectricitätsconstante des Wassers auch durch Vergleich mit Methyl- und Amylalkohol bestimmt. Es enthielten zunächst beide Electrometer Wasser ($M_0 = A_1/A_2$); darauf wurde Electrometer I mit dem betreffenden Alkohol (*x*) gefüllt. ($M = B_1/B_2$); es ergibt sich hieraus: $K_{aq} K_x = M_0/M$; K_{aq} ergibt sich hieraus durch Multiplication mit dem betreffenden K_x , das aus Tabelle IV entnommen ist.

Tabelle VI.

<i>x</i>	<i>n</i>	<i>M</i>	<i>ΔM</i>	<i>n</i>	<i>M</i> ₀	<i>ΔM</i> ₀	$\frac{K_{aq}}{K_x}$	<i>K</i> _{aq}	<i>t</i>
Methylalkohol	6	1,510	0,020	10	3,92	0,07	2,60	84,9	13,0
Amylalkohol	6	0,755	0,007	10	3,91	0,09	5,18	82,4	14,0

Das Mittel ist $K_{aq} = 83,6$, in völliger Uebereinstimmung mit dem oben erhaltenen Werthe. Schliesslich kam eine Reihe von Mischungen aus Wasser und Aethylalkohol (98 Proc.) zur Untersuchung. Zunächst enthielten beide Electrometer Aethylalkohol ($M_0 = A_1/A_2$), sodann wurde Electrometer I mit dem Gemisch gefüllt. Im Folgenden bezeichnet v_w und v_a die zu den Mischungen verwendeten Volumentheile Wasser und Aethylalkohol (98 Proc.), wobei die Summe $v_w + v_a = 1$ gesetzt ist; auf die Contraction bei der Mischung wurde keine Rücksicht genommen.

Die Dielectricitätsconstante der Mischung ergibt sich als:

$$K = \frac{M}{M_0} \cdot 27,0.$$

Tabelle VII.

100 v_a	100 v_w	M	ΔM	M_o	ΔM_o	t	k beob.	k ber.
10,2	89,8	3,19	0,03	1,11	0,01	15 ^o	77,5	77,9
29,9	70,1	2,75	0,02	"	"	14 ^o	66,9	66,8
39,7	60,3	2,63	0,04	"	"	"	64,0	61,2
49,6	50,4	2,33	0,01	"	"	"	56,7	55,6
69,5	30,5	2,04	0,05	"	"	"	49,6	44,4
82,2	17,8	1,47	0,07	"	"	"	35,8	37,1
80,0	20,0	1,58	0,03	1,13	"	"	37,8	38,4
56,8	43,7	2,16	0,02	"	"	13,5 ^o	51,6	51,8
92,6	7,4	1,42	0,03	1,23	"	14 ^o	31,2	31,2
80,0	20,0	1,76	0,04	"	"	"	38,6	38,4
86,7	13,3	1,58	0,01	"	"	"	34,7	34,5

Es liegt nahe, zu versuchen, ob sich die *D. C.* der Mischungen darstellen lassen durch eine Formel (a) $k = v_w' k_w + v_a' k_a'$, worin v_w' und v_a' der Gehalt an Wasser und Alkohol, k_w und k_a' die entsprechenden *D. C.* bedeuten. Sehen wir von der Contraction bei der Mischung ab, so ergibt sich $v_w' = v_w + 0,02 v_a$ und $v_a' = 0,98 v_a$ und (a) geht über in (b) $k = v_w k_w + v_a (0,02 k_w + 0,98 k_a')$. Der Ausdruck in der Klammer ist, wenn unsere Annahme sich bewähren soll, die *D. C.* des 98-proc. Alkohols k_a ; nach der hieraus folgenden Formel (c) $k = v_w k_w + v_a k_a$ sind die in der letzten Columnne (*K* ber.) enthaltenen Werthe berechnet.

Die Uebereinstimmung ist eine gute. Mithin dürfen wir, extrapolirend, $k_a' = (k_a - 0,02 k_w) / 0,98 = 25,8$ als *D. C.* des absoluten Alkohol ansehen.

Aus dem niedergelegten Material lassen sich folgende Schlüsse ziehen.

1) Für die von mir untersuchten homologen Verbindungen hat sich ergeben, dass die Dielectricitätsconstanten in jeder homologen Reihe mit dem wachsenden Moleculargewicht abnehmen — und zwar im Gegensatz zu den Dielectricitätsconstanten der Reihe der aromatischen Kohlenwasserstoffe, für welche Hr. Tomaszewski ein Wachsen der Dielectricitätsconstante mit wachsender Moleculargröße gefunden hat.¹⁾

2) Die Dielectricitätsconstanten metamerer Verbindungen sind verschieden.

1) F. Tomaszewski, Wied. Ann. 33. p. 33. 1888.
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXVI.

Tabelle XI.

$C_3H_5O_2$	$C_4H_7O_2$	$C_5H_9O_2$
Aethylformiat — 9,5	Isobutylformiat — 8,4	Amylformiat — 7,7
Methylacetat — 7,8	Propylacetat — 6,3	Isobutylacetat — 5,8
	Aethylpropionat — 6,0	Aethylbutyrat — 5,3
	$C_7H_{15}O_2$	
	Amylacetat 5,2	
	Aethylvalerat 4,9	

3) Die Differenzen zwischen den Dielectricitätsconstanten der entsprechenden Glieder der Formiate und Acetate, sowie der Formiate und Benzoate sind ungefähr gleich gross.

Tabelle XII.

	Methyl	Aethyl	Isobutyl	Amyl		Methyl	Aethyl	Isobutyl	Amyl
Formiate	9,9	9,1	8,4	7,7	Formiate	9,9	9,1	8,4	7,7
Acetate	7,8	6,5	5,8	5,2	Benzoate	7,2	6,5	6,0	5,2
Differenz	2,1	2,6	2,6	2,5	Differenz	2,7	2,6	2,4	2,5

4) Der Versuch, irgend eine Relation zwischen der Dielectricitätsconstante und der Moleculargrösse oder anderen Constanten zu finden, hat nicht zu Formeln geführt, die mehr als annäherungsweise die Beobachtungen darstellen.¹⁾

1) In der folgenden Tabelle gebe ich einige Berechnungen. Es bedeuten σ M und n die Dichtigkeit, das Moleculargewicht und den Brechungsexponenten der Substanz. Die Formel $K = n^2(1 + A \cdot \sigma/M)$ ist mit Rücksicht darauf gewählt, dass sie für kleine σ (bei Gasen) oder für $A = 0$ zu der bekannten Beziehung $K = n^2$ führt. Immerhin ist bemerkenswerth, dass sie eine ebenso gute Uebereinstimmung liefert, wie die andere Formel $K = a + b \cdot \sigma/M$, obgleich bei dieser zwei, bei jener nur eine Constante zur freien Verfügung ist.

	σ	M	$\frac{\sigma}{M}$	n	n^2	$K(\text{beob.})$	$K = a + b \frac{\sigma}{M}$	$K = n^2 \left(1 + A \frac{\sigma}{M}\right)$
Alkohole.								
	$a = 7,91$		$b = 990,8$		$A = 707,0$		$A = 726$	
Methyl	0,82	32,0	0,0256	1,34	1,80	32,7	33,3	32,9
Aethyl	0,81	46,0	0,0176	1,37	1,88	25,8	25,4	25,2
Propyl	0,82	60,0	0,0137	1,39	1,93	22,8	21,5	20,6
Amyl	0,83	88,0	0,0094	1,42	2,02	16,0	17,2	15,5
Formiate.								
	$a = 6,12$		$b = 234,6$		$A = 346$			
Methyl	0,998	60,0	0,0166	"	"	9,9	10,0	"
Aethyl	0,936	74,0	0,0127	1,35	1,82	9,1	9,1	9,8
Isobutyl	0,885	102,0	0,0087	"	"	8,4	8,2	"
Amyl	0,830	116,0	0,0072	1,41	2,00	7,7	7,8	7,0

Betrachtet man aber die Gesammtheit der erhaltenen Zahlen in Zusammenstellung mit anderen Constanten, so bemerkt man immerhin, dass in den meisten Fällen die Dielectricitätsconstante, wenn man in einer Reihe fortschreitet, den anderen Constanten analoge Aenderungen zeigt. So kann man zum Beispiel auf den Gang des specifischen Gewichtes und der Dielectricitätsconstante bei Acetaten hinweisen, wo die Dielectricitätsconstante der Methylverbindung ihrem hohen Werthe nach dem hohen specifischen Gewichte derselben entspricht. Für die folgenden Glieder ändern sich die beiden Constanten nur langsam.

Tabelle XIII.

Acetate.					
Sp. G.	0,956	0,907	0,906	0,905	0,886
K.	7,8	6,5	6,3	5,8	5,2

In der Reihe der Alkohole nimmt der Methylalkohol, sowohl nach seiner chemischen Structur, wie auch nach seinem specifischen Gewichte und seinem Brechungsvermögen, eine besondere Stelle ein. Seine Dielectricitätsconstante zeigt ebenfalls eine auffallend hohe Differenz gegen das nächste Glied der Reihe. In den zwei folgenden Tabellen sind unter n die Brechungsexponenten für die Linie H angegeben.

	σ	M	$\frac{\sigma}{M}$	n	n^2	K (beob.)	$K = a + b \frac{\sigma}{M}$	$K = n^2 \left(1 + A \frac{\sigma}{M}\right)$
Acetate.								
							$a = 2,96; \quad b = 352,2$	$A = 241,6$
Methyl	0,96	74	0,0130	1,37	1,9	7,8	7,5	7,9
Aethyl	0,91	88	0,0103	1,38	1,9	6,5	6,6	6,6
Propyl	0,91	102	0,0089	1,39	1,9	6,3	6,1	6,0
Isobutyl	0,91	116	0,0078	1,40	2,0	5,8	5,7	5,8
Amyl	0,90	130	0,0069	1,41	2,0	5,2	5,3	5,3
Benzoate.								
							$a = 3,37; \quad b = 136,1$	
Methyl	1,103	136	0,0061	1,54	2,4	7,2	6,8	"
Aethyl	1,066	150	0,0071	1,33	2,4	6,5	6,4	"
Isobutyl	1,041	178	0,0058	"	"	6,0	5,8	"
Amyl	1,004	192	0,0052	"	"	5,2	5,5	"

Tabelle XIV.

	Sp. G.	n	K
Methylalkohol	0,82	1,336	32,5
Aethylalkohol	0,81	1,370	25,8
Propylalkohol	0,82	1,386	22,8
Amylalkohol	0,83	1,417	16,0

Dem auffallend hohen Werthe der Dielectricitätsconstante des Aethylformiats entspricht ein Brechungsexponent, der viel kleiner ist, als zu erwarten wäre.

Tabelle XV.

	n	K
Aethylformiat	1,3504	9,1
Aethylacetat	1,3807	6,5
Aethylpropionat	"	6,0
Aethylbutyrat	1,4046	5,3
Aethylvalerat	1,4058	4,9

Strassburg i. E., Physik. Inst.

**IV. Ueber den Einfluss der Magnetisirung
auf die electrische Leitungsfähigkeit der Metalle;
von D. Goldhammer aus Moskau.**

(Zweite Mittheilung.)

(Hierzu Taf. IX Fig. 5–14.)

In meinem ersten Aufsatz¹⁾ habe ich einige qualitative Ergebnisse über die Widerstandsänderungen, die beim Magnetisiren von Platten aus Wismuth, Antimon, Tellur, Nickel, Eisen und Cobalt auftreten, veröffentlicht. Es sei mir erlaubt, jetzt einige weitere Beobachtungen, von einem mehr quantitativen Charakter, betreffs derselben Erscheinung mitzutheilen.

Die Untersuchung wurde vom Mai bis October 1887 im physikalischen Institut der Universität Strassburg i. E. ausgeführt. Ich will hier die Gelegenheit benutzen, um dem

1) D. Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 360. 1887.

damaligen Director des genannten Instituts, Hrn. Prof. Kundt, für die gütige Aufmerksamkeit, die er mir während meines zweijährigen Aufenthalts zu Strassburg erwies, sowie für alle Mittel, die mir bei der Ausführung dieser Arbeit zur Verfügung standen, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

§ 1. Es wurden wegen Mangel an Zeit nur die drei, eben das grösste Interesse darbietenden Metalle, Wismuth, Nickel und Cobalt untersucht; die Platten von Ni und Co wurden genau wie früher auf platinirtes Glas electrolytisch niedergeschlagen, die Bi-Platten ebenso wie früher nach dem Righi'schen Verfahren hergestellt. Die Dimensionen der Platten betragen ca. $1,5 \times 1,0$ cm.

An die äusseren Seiten einer solchen rechteckigen Platte wurden mit Wood'schem Metall geradlinige Messingstreifen von 0,1—0,2 cm Breite und 0,01 cm Dicke als Electroden angelöthet, deren amalgamirte freie Enden entweder in der Plattenebene lagen oder senkrecht dazu standen (Fig. 5 und 6). Dem entsprechend konnten die Platten in einem Magnetfelde mit horizontalen Kraftlinien entweder vertical oder horizontal stehen.

Durch Drehen der Platte im Felde um eine verticale Axe konnte man leicht in beiden Fällen den electricen Strom in der Platte sowohl den Kraftlinien parallel, als auch senkrecht dazu fliessen lassen.

Die Platten wurden mittelst einer Glasröhre gegen Luftzug geschützt; ein Baudin'sches Thermometer, das $0,05^{\circ}\text{C}$. unmittelbar angab, erlaubte, den Temperaturgang in der Nähe der Platten während der Beobachtung zu verfolgen und an die gemessenen Widerstandsänderungen durch Magnetisirung betreffende Correctionen wegen der Temperaturänderungen anzubringen.

§ 2. Um die Platten in dem magnetischen Felde aufstellen, resp. drehen zu können, wurde eine specielle Vorrichtung construirt, die in der Fig. 7 abgebildet ist.

Die amalgamirten Electrodenenden der Platten tauchten ins Quecksilber bei *ss*. Der electriche Strom (von einem Daniell'schen Element) wurde mit Hülfe der Klemmen *rr*

zu-, resp. abgeleitet und ging innerhalb eines Hartgummistabes *ll* durch zwei dicke Drähte bis in die eisernen Quecksilbernäpfchen *kk* und *kk*, von dort durch zwei Drähte *hh* und dann durch die dicken, viereckigen Messingstäbe *oo* in die Platte. *abba* ist eine Hartgummiplatte, die die Messingstäbe *oo*, d. h. auch die Röhrchen mit Quecksilber *ss*, voneinander isolirte.

dd, *ff*, *mn* sind dicke Platten auch aus Hartgummi.

Der untere Theil des Apparates *ddcc* war um eine verticale Axe (die *y*-Axe) drehbar, und der ganze Apparat konnte vertical zwischen den Polschuhen eines Electromagnets an einer Messingstange *aa* befestigt werden.

Beim Drehen des unteren Theiles *ddcc* gingen die Enden der Drähte *hh* im Quecksilber (*kk*) um die *y* Axe herum.

§ 3. Zum Magnetisiren der Platten diente ein Electromagnet mit verticalen Eisenkernen von 60 cm Höhe, an deren oberen Flächen zwei horizontal liegende, viereckige, massive Eisenprismen mit cylindrischen (6 cm Durchmesser) Polschuhen angeschraubt wurden. Der Polabstand wurde constant auf 3 cm gehalten.

Zur Messung der Stärke des Magnetfeldes wurde eine bewegliche Inductionsrolle construirt. Dieselbe stand zwischen den Magneten vertical, sodass ihre Windungsebene senkrecht zu den Kraftlinien war, und konnte mittelst einer Schnur, die über einige Rollen lief, schnell aus dem Felde heraus in eine horizontale Lage gebracht werden.

Obgleich der Radius des dabei durch die bewegte Inductionsrolle beschriebenen Kreises mehr als 20 cm betrug, ergab sich die Stärke des Magnetfeldes H_0 in der horizontalen Rollenlage etwa 10 Proc. der Stärke *H* zwischen den Polen des Electromagnets. Ich musste daher den Werth H_0 besonders durch den Schliessungs-, resp. Oeffnungsinductionsstrom bei horizontaler Rollenlage bestimmen.

Der Inductionsstrom in der Rolle wurde direct mittelst einer Gauguain'schen Tangentenbussole gemessen.

Die Windungsfläche der Inductionsrolle liess sich durch Vergleichen zweier Inductionsströme beim Herausziehen der

Rolle aus dem Magnetfelde bestimmen, einmal wenn die ganze Windungsfläche wirksam war, sodann wenn statt der Rollenwindungen nur eine Windung aus dickem Kupferdraht benutzt wurde; natürlich war bei diesen Versuchen die Gauss'sche Bussole so gut wie gar nicht brauchbar; es genügte aber dem Zweck ein empfindliches Galvanometer von Kohlrausch mit einem Stahlspiegel vollständig.

§ 4. Da der Zwischenraum der Magnetpole zu klein war, um den Plattenhalter und den Inductionsapparat gleichzeitig zu enthalten, und da allerdings die Feldstärke gleichzeitig mit der Widerstandsänderung gemessen werden sollte, so habe ich das Quincke'sche¹⁾ Calibrirungsverfahren benutzt.

Zunächst wurden die Magnetpole entmagnetisirt, und in ca. 15 m Entfernung von denselben ein Kohlrausch'sches Magnetometer, welches aus einem massiven cylindrischen, an zwei Silberfäden aufgehängten Magnet von 10 cm Länge bestand, so aufgestellt, dass der Magnet etwa in der Höhe der Polschuhe, senkrecht zur Axe des Magnetfeldes hing. Schickte man nun verschieden starke electriche Ströme durch die Rollen des Electromagnets, mass mittelst der Inductionsrolle die Feldstärke in C.-G.-S. und beobachtete mit Spiegel und Scala die betreffenden Ablenkungen des Magnets am Magnetometer aus seiner ursprünglichen Ruhelage, so konnte man eine Curve mit der Gleichung:

$$\mathfrak{S} = f(\theta)$$

construiren und während der Messungen der Widerstandsänderungen nur die Ablenkungen θ ablesen, um später auf dem graphischen Wege, resp. durch Interpolation die betreffenden Werthe von \mathfrak{S} zu berechnen.

Es ergab sich aber, dass man in dieser Weise wirklich sehr constante Ablesungen am Magnetometer nur dann bekommt, wenn man nach jeder Stromschliessung den Electromagnet wieder entmagnetisirt (etwa durch immer schwächere Ströme von verschiedener Richtung).

Es muss auch bemerkt werden, dass die „remanentes“

1) Quincke. Wied. Ann. 24. p. 347. 1885.

Feldstärke, d. h. eine solche, die durch den remanenten Magnetismus der Polschuhe verursacht ist, in keiner Weise durch die Ablenkungen des Magnetometers gemessen werden kann. In diesem Falle scheint schon die unregelmässige Vertheilung des Magnetismus in den Polschuhen selbst eine zu grosse Rolle zu spielen.

Ich schätze die Genauigkeit einer solchen Messung von \S ca. auf 1 Proc. Zwei Reihen von Beobachtungen, welche drei Wochen auseinander lagen, während welcher Zeit der Electromagnet auf verschiedenste Weise magnetisirt, resp. entmagnetisirt wurde, gaben zwei Reihen von \S für verschiedene Werthe von θ , die fast genau auf einer und derselben Curve liegen.

§ 5. Zur Messung der Widerstandsänderung der Platten durch Magnetisirung habe ich, wie früher, die Wheatstone-Thomson'sche Brücke benutzt, aber mit einer Abänderung, auf welche ich etwas näher eingehen muss.

Aus dem Schema (Fig. 8) ist mit Hülfe der Kirchhoff'schen Sätze leicht abzuleiten¹⁾:

$$(1) \quad r = r_1 \frac{r_x + \frac{q_x r_o}{q_x + q_y + r_o}}{r_y + \frac{q_y r_o}{q_x + q_y + r_o}},$$

worin r , resp. r_1 die Widerstände der Zweige AC , resp. BC , r_x und r_y — dieselben von Aa und Ba , q_x und q_y — dieselben von $A'D$ und $B'D$, endlich r_o den Widerstand des Drahtstückes aa — bedeuten.

Aus der Formel (1) ist nun klar, dass man bei der Messung von r die Widerstände q_x und q_y genau kennen muss; leider gehen aber in diese Werthe auch die Contactwiderstände bei a, a ein, was natürlich auf die Messungen von r sehr störend wirkt. Es lässt sich aber dieser Uebelstand dadurch beseitigen, dass man die Contacte bis a, a unbeweglich, die Zweige Aa (r_x) und Ba (r_y) dagegen veränderlich macht.

1) Vergl. Mascart et Joubert, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* II.

§ 6. Diese Idee habe ich benutzt, um folgenden Apparat zu construiren (Fig. 9).

aa' und aa' sind zwei Platindrähte (von 1 m Länge und 5—6 S.-E. Widerstand), auf welchen sich Quecksilbercontacte A und B befanden. Von a und a gingen zwei Messingstreifen (1 cm Breite, 1 mm Dicke) bis A' und B' ; diese letzten Punkte wurden durch einen Neusilberdraht mit einem gewöhnlichen verschiebbaren Contacte D verbunden.

Aus der Figur ist ersichtlich, dass die Widerstände von aA , resp. aB r_x , resp. r_y sind; von $aA'D$ und $aB'D$ — ϱ_x und ϱ_y . Man kann endlich die Punkte a und a beider Platindrähte durch einen beliebigen Widerstand $abba$ verbinden, der die Rolle r_0 spielt.

Es war r_0 so gewählt, dass $r_0/r_0 + \varrho_x + r_y$ circa 0,01 betrug.

Es wurde bei der Widerstandsmessung in folgender Weise verfahren: Man macht r_x angenähert gleich r_y , schliesst das Galvanometer durch einen Nebenschluss und sucht solche r und r_x , resp. r_y , dass beim Schliessen des Stromes in der Kette das Galvanometer keinen Ausschlag gibt; nun nimmt man den Nebenschluss weg und bringt das Galvanometer wieder auf 0 durch Verschieben des Contactes D . Aendert sich der Widerstand r durch die Magnetisirung von Δr , so kann man das Galvanometer auf Null bringen mittelst einer Verschiebung von D um $\Delta \varrho_x$.

§ 7. Wir logarithmiren und differenziren darauf die Gleichung (1), bemerken, dass r_x , r_y , r_1 , r_0 , $\varrho_x + \varrho_y$ constant bleiben und setzen der Kürze wegen $r_0/\varrho_x + \varrho_y + r_0 = \delta$. Dann finden wir:

$$\frac{\Delta r}{r} = \left(\frac{1}{r_x + \delta \cdot \varrho_x} + \frac{1}{r_y + \delta \cdot \varrho_y} \right) \delta \cdot \Delta \varrho_x,$$

oder, da $\delta \cdot \varrho_x/r_x$ und $\delta \cdot \varrho_y/r_y$ kleine Brüche sind:

$$(2) \quad \frac{\Delta r}{r} = \left\{ \left(1 - \frac{\varrho_x}{r_x} \delta \right) \frac{1}{r_x} + \left(1 - \frac{\varrho_y}{r_y} \delta \right) \frac{1}{r_y} \right\} \cdot \delta \cdot \Delta \varrho_x.$$

Daraus folgt, dass die relative Widerstandsänderung $\Delta r/r$ der Verschiebung des Contactes D , $\Delta \varrho_x$, genau proportional ist.

Will man nun r_x und r_y in mm des Platindrahtes ϱ_x und ϱ_y in mm des Neusilberdrahtes ausdrücken, so müssen alle Drähte calibriert und das Verhältniss der Widerstände von gleicher Länge von Platin und Neusilberdraht bestimmt werden. Es war gefunden für dieses Verhältniss der Werth $0,307 \{ 1 + 0,004(t - 22,5) \}$ und für δ die Zahl 0 00989, sodass endlich:

$$\frac{\Delta r}{r} = \alpha \Delta \varrho_x.$$

$$\alpha = \left\{ \frac{1}{r_x} \left(1 - 0,00304 \frac{\varrho_x}{r_x} \right) \right.$$

$$(3) \quad \left. + \frac{1}{r_y} \left(1 - 0,00304 \frac{\varrho_y}{r_y} \right) \right\} 0,00304 \{ 1 - 0,004(t - 22,5) \}.$$

Es musste noch ein Umstand berücksichtigt werden.

Da der Widerstand der Zuleitungsdrähte y gegen denjenigen der Platten r nicht verschwand, so mass man durch die Verschiebung von D um $\Delta \varrho_x$ eigentlich nicht $\Delta r/r$, sondern $\Delta r/(r+y) = \Delta r/r(1+y/r) = \Delta r/2r$, sodass wirklich:

$$(3) \quad \frac{\Delta r}{r} = \alpha \Delta \varrho_x = A \Delta \varrho_x.$$

Es wurden daher für jede Platte r und y direct gemessen. Während der Beobachtungen befand sich das ganze Drähtsystem in einem geschlossenen Pappkasten; es wurden auch Ablesungen an drei Thermometern gemacht: in der Nähe der Platte, im Pappkasten und im Widerstandskasten r_1 .

§ 8. Wismuth (Bi). Es wurden sechs gleichzeitig angefertigte Platten von verschiedener Dicke untersucht. Die Resultate der Beobachtung sind in den Tabellen zusammengestellt.

$q = 0$ bedeutet, dass der Strom in der Platte parallel, $q = 90$, dass er senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes floss. Das Zeichen \parallel bedeutet, dass die Plattenebene den Kraftlinien parallel, \perp dass sie denselben senkrecht stand. $+$ bedeutet eine Zunahme des Widerstandes der Platte. Mit einem Stern * sind die durch Interpolation gefundenen Zahlen bezeichnet. Die Feldstärke ist in C.-G.-S. angegeben.

Die vierte und fünfte Columnne stellen die Werthe von $\Delta r/r$ nach der Formel:

$$\frac{\Delta r}{r} = C \delta^2$$

berechnet, dar, worin für den Werth von C das arithmetische Mittel der Zahlen in beiden letzten Columnen genommen wurde. Je nach der Stellung der Platte im Magnetfelde ist auch C , resp. durch C_z , C_x , C_x' bezeichnet: C_z bezieht sich auf den Fall $q = 0 \parallel$; C_x' auf den Fall $q = 90 \perp$; C_x auf den Fall $q = 90 \parallel$.

Bi 1.

$$r = 0,077 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 2,889; \quad A = 0,8781 \cdot 10^{-4}.$$

δ	$\Delta r/r$ beob.		$\Delta r/r$ ber.		C_z	C_x
	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$		
407,0	—	+0,00032*	—	+0,00032	—	$1,93 \cdot 10^{-7}$
418,7	+0,00032*	0,00037*	+0,00027	0,00032	$1,84 \cdot 10^{-7}$	2,14
674,2	0,00072*	0,00079	—	—	1,61	1,75
716,3	0,00081	0,00087*	0,00080	0,00098	1,61	1,70
905	0,00121*	0,00165	—	—	1,47	2,00
955	0,00131	0,00183*	0,00144	0,00173	1,44	2,00
1030	0,00165*	0,00204	—	—	1,57	1,94
1135	0,00205	0,00233*	0,00203	0,00244	1,59	1,81
1287	0,00254	0,00325*	0,00257	0,00314	1,54	1,84
1339	—	0,00354	—	0,00346	—	1,97
					$1,584 \cdot 10^{-7}$	$1,908 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x' = 0,830.$$

Bi 2.

$$r = 0,103 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 2,411; \quad A = 0,7522 \cdot 10^{-4}.$$

δ	$\Delta r/r$ beob.		$\Delta r/r$ ber.		C_z	C_x
	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \parallel$	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \parallel$		
417,2	+0,00023	—	—	—	$1,33 \cdot 10^{-7}$	—
422,2	0,00024*	+0,00037	+0,00026	+0,00041	1,34	$2,00 \cdot 10^{-7}$
788,5	0,00084	0,00149*	—	—	1,35	2,37
792,0	0,00085*	0,00151	0,00091	0,00145	1,35	2,37
1035	0,00170	0,00254*	—	—	1,39	2,37
1051	0,00176*	0,00264	0,00160	0,00253	1,60	2,37
1304	0,00252	0,00398*	—	—	1,49	2,33
1320	0,00254*	0,00407	0,00254	0,00400	1,48	2,35
1504	0,00345	0,00517*	0,00330	0,00519	1,51	2,29
1520	0,00352	—	0,00338	—	1,51	—
					$1,455 \cdot 10^{-7}$	$2,317 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x = 0,628.$$

Bi 3.

$$r = 0,125 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 2,162; \quad A = 0,5967 \cdot 10^{-4}.$$

λ	Ar/r beob.		Ar/r ber.		C_z	C_x
	$q = 0^\circ$	$q = 90^\circ$	$q = 0^\circ$	$q = 90^\circ$		
407,0	+0,00024*	+0,00039	—	—	$1,45 \cdot 10^{-7}$	$2,35 \cdot 10^{-7}$
412,0	0,00025	0,00040*	+0,00023	+0,00038	1,47	2,30
716,7	0,00068*	0,00116	—	—	1,32	2,28
735,0	0,00071	0,00123*	0,00075	0,00123	1,31	2,30
800	0,00118*	0,00193	—	—	1,36	2,22
956	0,00122	0,00206*	0,00126	0,00206	1,35	2,41
1126	0,00175*	0,00264	—	—	1,39	2,11
1142	0,00179	0,00277*	0,00180	0,00295	1,39	2,14
1348	0,00249*	0,00410	—	—	1,38	2,26
1366	0,00255	0,00421*	0,00258	0,00422	1,38	2,26
					$1,380 \cdot 10^{-7}$	$2,263 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x = 0,618.$$

Bi 4.

$$r = 0,240 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,605; \quad A = 0,5226 \cdot 10^{-4}.$$

λ	Ar/r beob.		Ar/r ber.		C_z	C_x
	$q = 0^\circ$	$q = 90^\circ$	$q = 0^\circ$	$q = 90^\circ$		
182,9	+0,00012	—	—	—	—	—
378,4	0,00015*	+0,00024	+0,00016	—	$1,06 \cdot 10^{-7}$	$1,71 \cdot 10^{-7}$
400,0	0,00018	0,00034*	0,00018	+0,00030	1,13	2,21
546,1	0,00038*	0,00053*	0,00032	—	1,28	1,80
577,1	0,00041	0,00057	0,00038	0,00061	1,24	1,72
716,3	0,00055*	0,00101*	0,00058	—	1,08	1,96
734,0	0,00058	0,00107	0,00062	0,00100	1,09	1,95
850,4	0,00078*	0,00132*	0,00081	—	1,07	1,81
858	0,00080	0,00133	0,00084	0,00137	1,08	1,80
963	0,00103*	0,00166*	0,00106	—	1,11	1,80
974	0,00107	0,00169	0,00108	0,00175	1,13	1,80
1078	0,00127*	0,00189*	0,00129	—	1,10	1,64
1147	0,00148	0,00230	0,00150	0,00243	1,12	1,75
1180	0,00160*	0,00247*	0,00156	—	1,13	1,74
1370	0,00203*	0,00331	0,00214	0,00346	1,09	1,79
1415	0,00212	—	—	—	—	—
					$1,123 \cdot 10^{-7}$	$1,820 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x = 0,617.$$

Bi 5.

$$r = 0,013 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 11,192; \quad A = 3,7554 \cdot 10^{-4}.$$

S	$\Delta r/r$ beob.		$\Delta r/r$ ber.		C_z	C_x'
	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$		
713	—	+0,00132	—	+0,00112	—	$2,60 \cdot 10^{-7}$
932	+0,00142	0,00168	+0,00155	0,00193	$1,65 \cdot 10^{-7}$	1,94
934	0,00142	0,00168	0,00157	0,00193	1,65	1,94
1123	0,00262	0,00291	0,00228	0,00279	2,10	2,33
1231	0,00295*	0,00365	0,00282	0,00352	1,89	2,39
1339	0,00318	—	0,00323	—	1,78	—
					$1,800 \cdot 10^{-7}$	$2,240 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x' = 0,804.$$

Bi 6.

$$r = 0,197 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,737; \quad A = 0,5384 \cdot 10^{-4}.$$

S	$\Delta r/r$ beob.		$\Delta r/r$ ber.		C_z	C_x'
	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$	$q = 0 \parallel$	$q = 90 \perp$		
392,8	—	+0,00020	—	—	—	—
402,0	+0,00020	0,00021*	+0,00018	+0,00022	$1,25 \cdot 10^{-7}$	$1,32 \cdot 10^{-7}$
721,0	0,00061*	0,00072	—	—	1,18	1,39
728,0	0,00065	0,00074*	0,00062	0,00080	1,24	1,41
919	0,00089*	0,00132	—	—	1,06	1,56
963	0,00095	0,00146*	0,00105	0,00137	1,04	1,58
1129	0,00139*	0,00142	—	—	1,09	1,58
1166	0,00149	0,00214*	0,00155	0,00201	1,10	1,57
1345	0,00204*	0,00278	—	—	1,12	1,53
1379	0,00214	—	0,00216	0,00279	1,13	—
					$1,134 \cdot 10^{-7}$	$1,493 \cdot 10^{-7}$

$$C_z : C_x' = 0,760.$$

§ 9. Die Uebereinstimmung der beobachteten Zahlen mit den berechneten scheint wohl befriedigend zu sein: es ist also bei Wismuth die Widerstandszunahme in beiden untersuchten Richtungen dem Quadrate der Feldstärke proportional; da aber bei diesem Metall auch die Magnetisirung der Feldstärke proportional läuft, so kann man sagen, dass die Widerstandszunahme dem Quadrate der Magnetisirung proportional ist. Aus dem Vergleichen der Werthe von C_z , C_x , C_x' für verschieden dicke Platten lässt sich der Schluss ziehen, dass die grösste Widerstandszunahme in der zu den magnetischen Kraftlinien senkrechten Richtung geschieht.

§ 10. Nickel (Ni). Es wurden im ganzen mehr als 20 Platten untersucht, deren Verhalten aber quantitativ (nicht qualitativ) verschieden gefunden wurde.

Diese Verschiedenheit scheint theils durch die grössere, theils kleinere Härte des electrolytisch abgeschiedenen Metalles verursacht zu sein, die dasselbe je nach den Umständen der Abscheidung haben konnte. Man könnte glauben, dass auch sehr kleine Löcher, die in meinen Platten immer vorhanden waren, nicht ohne Einfluss auf das Verhalten der Platten blieben; nach einer speciellen Untersuchung ergab es sich aber, dass das kaum der Fall ist. In der That habe ich oft bemerkt, dass die Platten, die durch die Zahl, resp. Grösse der Löcher vollständig verschieden waren, quantitativ sehr nahe übereinstimmende Resultate lieferten, z. B. Ni 18, Ni 2.

Die Nickelplatten standen im Magnetfelde immer den Kraftlinien parallel, wobei entweder $\varphi = 0$ oder $\varphi = 90$ war. Bei den stärksten mir zugänglichen Feldern (etwa $\mathfrak{H} = 1500$ C. G. S.) konnte ich weder in Ni-, noch in Co-Platten einen Einfluss der Transversalmagnetisirung auf den Widerstand bemerken.

Nachdem der Strom im Electromagnet geöffnet und der letztere entmagnetisirt worden war, blieb immer eine remanente Widerstandsänderung sowohl in Nickel-, als auch, und zwar eine besonders starke, in Cobaltplatten.

Diese remanente Aenderung ist aber beim Benutzen eines Electromagnets überhaupt gar nicht zu messen. In der That, schickt man durch den Electromagnet, um denselben zu entmagnetisiren, eine Reihe immer schwächerer Ströme von verschiedener Richtung, so bezieht sich jene remanente Widerstandsänderung auf eine vollständig unbekannte Feldstärke. Es schienen mir solche Messungen der remanenten Aenderung allerdings nicht ohne Interesse, obgleich genaue Messungen nur mit Hülfe einer Magnetisierungsrolle ausführbar sein würden. Solche Untersuchungen wären höchst wünschenswerth.

Die Beobachtungsergebnisse für fünf Ni-Platten sind wieder in den Tabellen zusammengestellt und in Fig. 13 und 14 angegeben. Alle Bezeichnungen sind wie früher. Durch μ

ist das Verhältniss der Widerstandsänderung bei $q = 0$ zu derjenigen bei $q = 90$ bezeichnet, also:

$$u = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{q=0} : \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{q=90}.$$

Das — Zeichen bedeutet eine Widerstandsabnahme.

Ni 1_b.

$$r = 0,240 \text{ S.-E.} \quad \lambda = 1,578; \quad A = 0,4583 \cdot 10^{-4}.$$

\hat{N}	$\Delta r/r$ total		$\Delta r/r$ remanent		u
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
208,3	—	—0,00142	—	—	—
209,3	+0,00654	0,00144*	+0,00064	—0,00050	—4,54
416,2	0,01343*	0,00329	0,00064	—	4,09
724,0	0,01908	0,00440*	—	0,00110	4,31
731,3	0,01910*	0,00442	—	—	4,30
944,5	0,01981	0,00458*	—	0,00128	4,33
968,3	0,01983*	0,00460	—	—	4,31
1376	0,02023	0,00487*	0,00115	0,00165	4,28
1383	—	0,00487	—	0,00145	—

Ni 2_a.

$$r = 0,487 \text{ S.-E.} \quad \lambda = 1,727; \quad A = 0,5216 \cdot 10^{-4}.$$

\hat{N}	$\Delta r/r$ total		$\Delta r/r$ remanent		u
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
156,0	—	—0,00429	—	—	—
1 0,0	+0,01032	0,00431*	—	—	—2,39
230,0	0,01159	0,00476*	—	—	2,47
234,0	0,01167*	0,00471	—	—	2,50
551	0,01764*	0,00591	—	—	2,97
564	0,01789	0,00591*	—	—	3,02
651	0,01805*	0,00595	—	—	3,03
655	0,01807	0,00595*	—	—	3,03
902	0,01844*	0,00595	—	—	3,09
980	0,01855*	0,00601	—	—	3,09
1039	0,01864	0,00611*	—	—	3,05
1067	0,01859	0,00626*	—	—	3,00
1208	0,01861*	0,00615	—	—	3,89
1268	0,01861*	0,00629	—	—	3,00
1336	0,01864	—	+0,00260	—0,00226	—
1410	0,01864	—	0,00260	0,00230	—

Ni 2.

$$r = 0,421 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,344; \quad A = 0,4159 \cdot 10^{-4}.$$

δ	Ar/r total		Ar/r remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
58,0	—	-0,00011	—	—	—
187,0	+0,00578	0,00140	—	—	-4,13
359,0	0,01175*	0,00268	—	—	4,38
367,0	0,01210	0,00271*	—	—	4,46
627,0	0,01749*	0,00343	—	—	5,10
674	0,01846	0,00345*	—	—	5,35
776	0,01892*	0,00351	—	—	5,39
838	0,01920	0,00351*	—	—	5,47
1141	0,01926*	0,00351	—	—	5,48
1211	0,01928	—	—	—	—

Ni 5.

$$r = 0,566 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,255; \quad A = 0,3731 \cdot 10^{-4}.$$

δ	Ar/r total		Ar/r remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
22,1	+0,00011	—	—	—	—
62,0	0,00037	—	—	—	—
196	0,00195*	-0,00022	—	—	-8,86
208	0,00209	0,00029*	—	—	7,00
344	0,00387*	0,00101	—	—	4,82
389	0,00579	0,00112*	—	—	5,17
690	0,01042*	0,00183	—	—	5,69
717	0,01083	0,00188*	—	—	5,76
949	0,01363	0,00222*	—	—	6,14
960	0,01370*	0,00224	—	—	6,11
1408	0,01643	0,00242*	—	—	6,79
1412	—	0,00243	—	—	—

Ni 6.

$$r = 2,336 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,052; \quad A = 0,2975 \cdot 10^{-4}.$$

δ	Ar/r total		Ar/r remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
15,2	+0,00011	—	+0,00000	—	—
55,5	0,00069	—	0,00009	—	—
195,0	0,00495	—	0,00122	—	—
202,0	0,00506*	-0,00210	—	-0,00103	-2,41
393,7	0,00803	0,00805*	0,00125	—	2,65
406,5	0,00820*	0,00312	—	0,00125	2,63
734,7	0,01048	0,00316*	0,00122	—	3,30
752,3	0,01052*	0,00316	—	0,00133	3,31
974	0,01110	0,00319*	0,00127	—	3,47
997	0,01112*	0,00320	—	—	3,48
1361	0,01139	0,00330*	0,00122	—	3,48
1393	—	0,00331	—	0,00140	—

§ 11. Aus den Tabellen ersehen wir, dass der Widerstand bei Nickelplatten in der Richtung der Kraftlinien zu-, in der dazu senkrechten Richtung abnimmt, wobei immer $\mu > 1$ ist. Da ferner überhaupt die Widerstandsänderung der Metalle von der Richtung von \mathfrak{H} unabhängig ist, so ist im allgemeinen $\Delta r/r$ eine gerade Function von \mathfrak{H} oder eine Function von \mathfrak{H}^2 :

$$\frac{\Delta r}{r} = f(\mathfrak{H}^2),$$

und das ist die Gleichung der Curven in Fig. 10 und 11. Nun zeigen diese Curven einen merkwürdigen Lauf: sie sind nämlich alle asymptotisch, d. h. es nähert sich $\Delta r/r$ bei grossen \mathfrak{H} an ein Maximum.

Berücksichtigen wir nun zwei Umstände: erstens, dass der Curvengang in Fig. 10 und 11 im grossen und ganzen demjenigen der sogenannten Magnetisirungscurven (der Curven mit der Gleichung $J = F(\mathfrak{H})$, worin J das magnetische Moment pro Volumeneinheit bedeutet) sehr ähnlich ist; zweitens, dass $\Delta r/r$ bei Wismuth dem Quadrate der Magnetisirung proportional war, so liegt die Vermuthung nahe, dass diese Proportionalität auch bei Nickel stattfindet. In der That, wäre das wirklich der Fall, so muss die Gleichung unserer Curven lauten:

$$\frac{\Delta r}{r} = AJ^2,$$

oder da $J = k\mathfrak{H}$, worin k die Magnetisirungsfuction bedeutet, so folgt:

$$\frac{\Delta r}{r} = Ak^2\mathfrak{H}^2,$$

und es wird sich $\Delta r/r$ beim Wachsen von \mathfrak{H} schnell an ein Maximum nähern, was eben unsere Curven zeigen. Eine solche Proportionalität wäre auch a priori nicht unwahrscheinlich. Leider kennen wir gar nichts über die Grösse von k bei den zur Untersuchung benutzten Nickelsorten.

§ 12. Cobalt (Co). Es wurden zuerst drei Platten untersucht, Co 5, Co 4, Co 2, die schon früher mehrmals in verschiedenen Richtungen magnetisirt wurden. Dann habe ich die Beobachtungen über das Verhalten einer ganz frisch ausgefertigten Platte (Co 6) angestellt. Alle Platten, ebenso

wie Ni-Platten, waren den Kraftlinien des Magnetfeldes parallel. Die Resultate finden sich wieder in den Tabellen und durch die Curven 12 und 13 dargestellt. Alle Bezeichnungen sind wie früher.

Co 6.

$$r = 1,349 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,107; \quad A = 0,3376 \cdot 10^{-4}.$$

\varnothing	Ar/r total		Ar/r remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
24,4	+0,00098	—	+0,00061	—	—
26,7	0,00130*	—0,00388	—	—0,00236	—0,33
45,8	0,00398	0,00685*	0,00330	—	0,58
48,1	0,00400*	0,00721	—	0,00550	0,56
125,4	0,00470	0,00799*	0,00375	—	0,60
128,9	0,00471*	0,00799	—	0,00698	0,59
207,3	0,00492*	0,00813	—	0,00712	0,61
208,5	0,00492	0,00822*	0,00382	—	0,60
394,0	0,00504*	0,00822	—	0,00714	0,62
407,0	0,00513	0,00823*	0,00394	—	0,62
1202	0,00529	0,00850*	0,00408	—	0,62
1304	0,00529	0,00853*	0,00408	—	0,62
1306	0,00529*	0,00853	—	0,00721	0,62

Es wurde von $q = 0$ angefangen.

Co 5.

$$r = 0,553 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,262; \quad A = 0,3685 \cdot 10^{-4}.$$

\varnothing	Ar/r total		Ar/r remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
20,0	+0,00239	—	+0,00071	—	—
25,4	0,00506*	—0,00593	—	—0,00306	—0,86
37,0	0,00715	0,00820*	0,00444	—	0,87
70,0	0,00739*	0,00855	—	0,00623	0,86
182,0	0,00823	0,00932*	0,00619	—	0,88
212	0,00835*	0,00942	—	0,00786	0,89
368	0,00875	0,00978*	0,00639	—	0,89
413	0,00876*	0,00979	—	0,00719	0,89
713	0,00879*	0,00991	—	0,00790	0,90
956	0,00910	0,00994*	0,00639	—	0,92
985	0,00910*	0,00995	—	0,00754	0,92
1483	0,00927	0,01000*	0,00650	—	0,93
1504	—	0,01000	—	0,00786	—

Es wurde von $q = 0$ angefangen.

Co 4.

$$r = 0,781 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,186; \quad A = 0,3534 \cdot 10^{-4}.$$

Φ	$\Delta r/r$ total		$\Delta r/r$ remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
21,0	—	-0,00017	—	—	—
64,5	—	0,00183	—	—	—
199	+0,00301	0,00385	+0,00198	-0,00237	-0,78
384	0,00429	0,00441	0,00198	0,00308	0,97
669	0,00522	0,00480*	—	—	1,09
678	0,00515*	0,00481	—	0,00336	1,08
893	0,00513	0,00502*	—	—	0,98
908	0,00525*	0,00503	—	0,00361	1,05
1235	0,00541	0,00512*	—	—	1,07
1266	—	0,00513	—	0,00393	—

Es wurde von $q = 90$ angefangen.

Co 2.

$$r = 0,913 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,159; \quad A = 0,3507 \cdot 10^{-4}.$$

Φ	$\Delta r/r$ total		$\Delta r/r$ remanent		μ
	$q = 0$	$q = 90^\circ$	$q = 0$	$q = 90^\circ$	
17,5	+0,00228	—	—	—	—
22,1	0,00269*	-0,00183	—	—	—
54,7	0,00614	0,00648*	+0,00542	—	-0,95
62,1	0,00618*	0,00666	—	-0,00486	0,93
187,0	0,00709*	0,00732	—	0,00596	0,96
197	0,00694	0,00733*	0,00542	—	0,95
367	0,00729	0,00760	—	0,00616	0,96
383	0,00732	0,00763*	0,00545	—	0,96
666	0,00739*	0,00789	—	0,00596	0,94
919	0,00750	0,00802	—	0,00616	0,93
930	0,00750	0,00802*	0,00549	—	0,93
1279	0,00761	0,00805*	0,00553	—	0,94
1493	—	0,00805	—	0,00584	—

Es wurde von $q = 0$ angefangen.

Aus diesen Daten geht zunächst hervor, was ja auch zu erwarten war, dass die Cobaltplatten sich in ähnlicher Weise wie Nickelplatten verhalten. Für beide Metalle nimmt der Widerstand in der Richtung der Kraftlinien zu, in der dazu normalen Richtung ab. Es war aber bei Ni immer $\mu > 1$; bei Cobalt ist oft das Umgekehrte der Fall, und $\mu < 1$. Die maximale Widerstandsänderung tritt bei Cobalt viel früher, also bei viel kleineren Werthen von Φ auf.

Der Werth von μ ist, wie aus den Tabellen für Ni und Co hervorgeht, bei kleinen φ keine Constante. Andererseits, wäre unsere Vermuthung richtig, dass, sowohl bei $\varphi = 0$:

$$\frac{dr}{r} = AJ^2,$$

als auch bei $\varphi = 90$:

$$\frac{dr}{r} = BJ^2, \quad \text{so müsste} \quad \mu = \frac{A}{B} = \text{constant}$$

sein. Die Veränderlichkeit von μ zeigt nun, dass entweder $\Delta r/r$ dem Quadrate von J nicht proportional ist, oder es fällt J überhaupt verschieden aus, je nachdem $\varphi = 0$, oder $\varphi = 90$ ist. Specielle Versuche ergaben, dass die letzte Behauptung die richtigere ist.

§ 13. Es wurden zwei Cobalt- und eine Nickelplatte ganz frisch angefertigt, alle drei bei $\varphi = 90$ zum ersten Mal magnetisirt und die entsprechenden Widerstandsänderungen gemessen; dann wurden die Platten in der Lage $\varphi = 0$ untersucht, wieder bei $\varphi = 90$, nochmals bei $\varphi = 0$ etc.

Es ergab sich das Folgende: die Widerstandsänderung fällt überhaupt viel grösser aus in einer Richtung ($\varphi = 0$ oder $\varphi = 90$), wenn die Platte schon früher in einer dazu senkrechten Richtung magnetisirt wurde. Beginnen wir z. B. mit dem Falle $\varphi = 0$ (1), so folgt:

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=0} (3) > \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=0} (1),$$

indem $(\Delta r/r)_{\varphi=90} (2)$ sich von $(\Delta r/r)_{\varphi=90} (4)$ schon nicht merklich unterscheidet. Dasselbe gilt für $(\Delta r/r)_{\varphi=0} (3)$ und $(\Delta r/r)_{\varphi=0} (5)$.

Beginnen wir aber von $\varphi = 90$, so finden wir ganz analog:

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=90} (3) > \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=90} (1),$$

indem $(\Delta r/r)_{\varphi=0} (2)$ nahezu $(\Delta r/r)_{\varphi=0} (4)$ gleich wird etc.

In den Tabellen sind alle solche Resultate für Ni 12, Co 7 und Co 8 (p. 821 und 822) angegeben. Die dazu bezüglichen Curven suche man in der Fig. 14.

Ni 12.

 $r = 0,891 \text{ S.-E.}; \quad \lambda = 1,162; \quad A = 0,3496 \cdot 10^{-4}.$

ϑ	$\Delta r/r \text{ total}$			
	$\varphi = 90 (1)$	$\varphi = 90 (3)$	$\varphi = 0 (2)$	$\varphi = 0 (4)$
19,8	—	-0,00087	—	—
22,1	-0,00022	—	+0,00159	—
26,8	—	—	—	+0,00171
38,6	—	0,00458	—	—
42,1	0,00054	—	0,00472	—
48,0	—	—	—	0,00489
57,4	—	0,00563	—	—
68,0	—	—	—	0,00783
107,0	—	0,00636	—	—
122,1	—	—	—	0,01932
173,3	—	0,00671	—	—
191,0	0,00185	—	—	—
193,7	—	—	—	0,01660
198,2	—	—	0,01692	—
328,6	—	0,00706	—	—
352,4	—	—	—	0,01940
365,0	0,00245	—	—	—
367,4	—	—	0,01958	—
551	—	0,00727	—	—
588	—	—	—	0,02031
634	0,00262	—	—	—
770	—	—	—	0,02038
792	0,00269	—	0,02063	—
800	—	0,00738	—	—
983	0,00294	—	—	—
$\Delta r/r \text{ remanent}$				
19,8	—	-0,00084	—	—
22,1	-0,00000	—	+0,00049	—
26,8	—	—	—	+0,00025
38,6	—	0,00381	—	—
42,1	0,00000	—	0,00084	—
48,0	—	—	—	0,00101
57,4	—	0,00420	—	—
68,0	—	—	—	0,00101
107,0	—	0,00493	—	—
122,1	—	—	—	0,00839
173,3	—	0,00507	—	—
191,0	0,00042	—	—	—
193,7	—	—	—	0,00594
198,2	—	—	0,00608	—
328,6	—	0,00510	—	—
352,4	—	—	—	0,00594
365,0	0,00042	—	—	—
367,4	—	—	0,00563	—
551	—	0,00510	—	—
588	—	—	—	0,00423?
634	0,00042	—	—	—
770	—	—	—	0,00496?
792	?	—	0,00619	—
800	—	0,00510	—	—
983	?	—	—	—

Co 7.

$$r = 0,284 \text{ S.-E.} \quad \lambda = 1,512; \quad A = 0,4577 \cdot 10^{-4}.$$

δ	$\Delta r/r \text{ total}$				
	$q = 90 (1)$	$q = 90 (3)$	$q = 90 (5)$	$q = 0 (2)$	$q = 0 (4)$
19,0	—	-0,00045	—	—	—
22,1	-0,00000	—	—	—	—
24,4	—	—	—	+0,00041	+0,00036
40,2	0,00020	0,00249	—	—	—
45,2	—	—	-0,00295	0,00276	0,00267
141,0	0,00333	—	—	—	—
195,0	—	—	—	0,00738	—
196,0	—	0,00639	0,00623	—	—
200,0	—	—	—	—	0,00734
342,3	0,00390	—	—	—	—
363,7	—	—	—	0,00852	—
367,4	—	0,00657	—	—	—
371,8	—	—	0,00657	—	—
380,4	—	—	—	—	0,00838
760	0,00346	—	—	—	—
826	—	—	—	0,00931	—
844	—	0,00693	—	—	—
863	—	—	—	—	0,00928
1002	0,00417	—	—	—	—
1101	—	—	—	0,00928	—
1117	—	0,00709	0,00689	—	0,00942

Co 7. (Fortsetzung.)

δ	$\Delta r/r \text{ remanent}$			
	$q = 90 (1)$	$q = 90 (3)$	$q = 90 (5)$	$q = 0 (2), (4)$
19,0	—	-0,00018	—	—
22,1	—	—	—	—
24,4	—	—	—	+0,00034
40,2	-0,00014	0,00072	—	—
45,2	—	—	-0,00122	0,00131
141,0	0,00216	—	—	—
195,0	—	—	—	0,00535
196,0	—	0,00503	0,00453	—
200,0	—	—	—	0,00535
342,3	0,00198	—	—	—
363,7	—	—	—	0,00548
367,4	—	0,00507	—	—
371,8	—	—	0,00512	—
380,4	—	—	—	0,00503
760	0,00208	—	—	—
826	—	—	—	0,00535
844	—	0,00512	—	—
863	—	—	—	0,00548
1002	0,00216	—	—	—
1101	—	—	—	0,00525
1117	—	0,00543	0,00539	0,00521

Co 8.

 $r = 0,998$ S.-E.; $\lambda = 1,145$; $A = 0,3437 \cdot 10^{-4}$.

S	$\Delta r/r$ total			$\Delta r/r$ remanent		
	$q = 90$ (1)	$q = 90$ (3)	$q = 0$ (2)	$q = 90$ (1)	$q = 90$ (3)	$q = 0$ (2)
13,9	—	-0,00022	—	—	-0,00007	—
20,5	—	—	+0,00203	—	—	+0,00058
23,3	-0,00003	—	—	-0,00000	?	—
31,4	—	0,00312	—	—	?	—
40,2	—	—	0,00447	—	—	0,00264
45,5	0,00166	—	—	0,00129	—	—
198,0	—	0,00571	—	—	0,00492	—
202,0	0,00316	—	—	0,00237	—	—
208,5	—	—	0,00637	—	—	0,00563
401,0	0,00329	—	—	0,00214	—	—
413,0	—	—	0,00673	—	—	0,00580
969	0,00336	—	—	0,00217	—	—
1346	0,00339	—	0,00702	0,00214	—	—
1365	0,00339	0,00571	—	0,00214	—	0,00597

Dieselbe Erscheinung lässt sich auch leicht in dem Verhalten anderer Platten erkennen; man vergleiche die Tabellen für Co 2, Co 5, Co 6 u. a. Es ist ja auch wohl möglich, dass die oben erwähnte Verschiedenheit des Verhaltens von verschiedenen Platten eben theils durch jene Thatsache hervorgerufen wurde. Leider war es mir unmöglich, weitere Untersuchungen hierüber anzustellen.

§ 14. Es ist bekannt, dass das magnetische Moment von Fe, Ni und Co sehr stark beeinflusst wird dadurch, ob die Metallplatte zum ersten oder zum zweiten mal magnetisirt wird. Da nun derselbe Einfluss auch bei der Widerstandsänderung von Ni und Co sich ergab, so ist natürlich darin eine Bestätigung der von uns ausgesprochenen Meinung anzusehen, dass:

$$\frac{\Delta r}{r} = f(J^2)$$

oder vielleicht einfach $\Delta r/r = AJ^2$ ist.

Würde diese letztere Vermuthung durch spätere Beobachtungen bestätigt, so würde im Zusammenhang mit den früheren Untersuchungen von Du-Bois¹⁾ folgender Satz bewiesen sein: „In einem magnetischen Felde erleiden die Metalle Aenderungen ihrer physikalischen Eigenschaften, die in

1) Du-Bois. Wied. Ann. 31. p. 941. 1887.

verschiedenen Richtungen verschieden ausfallen. Sind diese Aenderungen von dem Sinne der Magnetisirung abhängig (wie z. B. die electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes), so wird die Aenderung einfach *der Magnetisirung proportional sein*; hängen aber diese Aenderungen (wie z. B. die Widerstandsänderung) von dem Sinne der Magnetisirung gar nicht ab, so wird die Aenderung *dem Quadrate der Magnetisirung proportional sein*.“

Ich hoffe, bald an einer anderen Stelle auf diesen Satz zurückzukommen.

Kasan, Anfang October 1888.

**V. Ueber die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit
in den Metallen mit der Temperatur;
von A. Kundt.**

(Aus den Sitzungsber. der königl. preuss. Acad. der Wiss. zu Berlin vom
20. Dec. 1888; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

In meiner Mittheilung über die Brechungsexponenten der Metalle¹⁾ habe ich darauf hingewiesen, dass eine Beziehung zu bestehen scheint zwischen der Geschwindigkeit des Lichtes in den Metallen und dem Leitungsvermögen derselben für Electricität und Wärme.

Bei den sechs Metallen Ag, Au, Cu, Pt, Fe, Ni ergab sich die Geschwindigkeit des rothen Lichtes annähernd proportional dem galvanischen Leitungsvermögen. Für Wismuth ist das Verhältniss erheblich anders, als bei den obigen Metallen; doch bemerkte ich, dass möglicher Weise das galvanische Leitungsvermögen des Wismuths der von mir benutzten Prismen, welches electrolytisch niedergeschlagen wurde, ein anderes sein könne, als dasjenige von gegossenen Wismuthstangen, an denen man bisher das Leitungsvermögen gemessen hat. Auch mit Einschluss des Wismuths ist wenigstens die Reihe der genannten Metalle, geordnet nach ihrer

¹⁾ A. Kundt, Sitzungsber. d. Berl. Acad. 1888. p. 255.

Lichtgeschwindigkeit, die gleiche, wie wenn die Metalle nach ihrem galvanischen Leitungsvermögen angeordnet werden.

Am Schlusse meiner Mittheilung habe ich dann hervor gehoben, dass, wenn wirklich ein verhältnissmässig einfacher Zusammenhang zwischen Lichtgeschwindigkeit im Metall und Leitungsvermögen für Electricität und Wärme vorhanden ist, derselbe auch wohl in der Aenderung der betreffenden Grössen mit der Temperatur hervortreten müsse.

Die Aenderung, welche das Wärmeleitungsvermögen mit der Temperatur in den verschiedenen Metallen erfährt, ist ziemlich verschieden.¹⁾ Die galvanische Leitungsfähigkeit der reinen festen Metalle nimmt, wie Arndtsen zeigte, für 1° C. im Mittel um 0,0037 ab. Clausius hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass dieser Werth nahezu mit dem Ausdehnungscoefficienten der Gase, welche dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze folgen, übereinstimmt, und mithin das Leitungsvermögen der Metalle der absoluten Temperatur umgekehrt proportional sei. Hr. Siemens²⁾ vermuthet, dass die kleinen Abweichungen von dieser Regel durch geringe chemische Verunreinigungen der Metalle und dadurch, dass die Metalle nicht alle im Zustand völliger Weichheit untersucht wurden, bedingt seien. Die Bestimmungen von Arndtsen an fünf Metallen geben mit Ausschluss des Eisens für den Temperaturcoefficienten 0,003678. Matthiessen, der die Aenderung mit der Temperatur durch ein der Temperatur proportionales Glied und ein zweites, welches das Quadrat der Temperatur enthält, darstellt, gibt für den Coefficienten des ersten Gliedes als Mittel der Untersuchung von zehn Metallen 0,003764. Benoit findet bei seinen Versuchen ungefähr die gleiche Aenderung.

Endlich findet Hr. Lorenz in seiner umfangreichen, sorgfältigen Untersuchung der Electricitäts- und Wärmeleitung der Metalle den Temperaturcoefficienten des galvanischen Leitungsvermögens der gut leitenden Metalle nicht sehr verschieden von 0,0037. Zugleich zeigt er, dass auch für die schlecht leitenden Metalle und Legirungen, bei denen

1) Vgl. Lorenz, Wied. Ann. 13. p. 598. 1881.

2) Siemens, Gesammelte Abhandlg. p. 259.

eine Proportionalität zwischen Leitungsvermögen für Electricität und Wärme nicht mehr vorhanden ist, doch das Verhältniss:

$$\frac{h\ 100}{l\ 100} : \frac{h\ 0}{l\ 0},$$

wo $h\ 0$ und $l\ 0$ die Leitungsvermögen für Wärme und Electricität bei 0°C. und $h\ 100$ und $l\ 100$ dieselben Grössen bei 100°C. bezeichnen, das gleiche, nämlich 1,367 ist. Eisen ist hierbei stets ausgeschlossen; es zeigt einen ziemlich abweichenden Coëfficienten, sei es, weil die benutzten Sorten nie ganz rein waren, sei es wegen des magnetischen Verhaltens des Eisens.

Es entsteht nun die Frage, wie ändert sich die Lichtgeschwindigkeit in den Metallen mit der Temperatur? Aeussert sich der Einfluss der Temperatur in der Weise wie bei der Wärmeleitung oder wie bei der Leitung für Electricität, oder besteht überhaupt keine einfache Relation zwischen diesen Aenderungen?

Nehmen wir als Mittel des Temperaturcoëfficienten für die gut leitenden Metalle den Werth 0,0037, so würde, falls die Lichtgeschwindigkeit in einem und demselben Metall wirklich dem Leitungsvermögen für Electricität proportional ist, der Brechungsexponent bei Erwärmung von 0°C. bis 100°C. im Verhältniss von 1 zu 1,37 zunehmen, eine Zunahme, die selbst bei den von mir benutzten Prismen mit einem sehr kleinen brechenden Winkel sehr wohl messbar sein muss.

Ich habe, um wenigstens den ersten Schritt zur Beantwortung der oben gestellten Frage zu thun, versucht, von einigen Metallen die Aenderung des Brechungsexponenten mit der Temperatur zu bestimmen, und gebe im Nachstehenden die Resultate.

Apparate und Beobachtungsmethode.

Die Messungen sind im allgemeinen in derselben Weise ausgeführt wie früher, doch wurden einige Aenderungen vorgenommen, die erwähnt werden mögen. Statt des in Strassburg benutzten Spectrometers von Meyerstein stand mir hier in Berlin ein vorzügliches Instrument von Pistor und

Martins zur Verfügung. Das Instrument hat ein Fernrohr von 42 mm Oeffnung; ebenso gross ist die Oeffnung des Collimatorobjectives. Der Kreis ist in 5 Minuten getheilt, und die an demselben befindlichen Mikroskope geben mit Trommelablesung noch 2". Für die Messung der Ablenkung der Strahlen durch die Prismen wurden indess die Mikroskope nicht benutzt, sondern das gewöhnliche Ocular des Fernrohrs war durch ein Ocular mit Fadenmikrometer ersetzt. Ein Scalenwerth der Trommel des Mikrometers ergab sich zu 0,88", während bei dem Strassburger Instrument, bei welchem die Messung der Ablenkungen der Strahlen durch die Mikroskope am Kreise erfolgte, ein Trommeltheil 1,945" betrug. Die Ablesung war also etwa auf das Doppelte verfeinert. Die Winkel der Prismen mussten in der früheren Weise mit Hülfe eines Gauss'schen Oculars und Ablesung der Mikroskope am Kreise gemessen werden. Um die Ablenkungen bei verschiedener Temperatur beobachten zu können, war auf den Tisch des Spectrometers ein länglicher Kasten aus 5 mm dickem Kupfer befestigt. Die Länge des Kastens, d. h. die Richtung desselben senkrecht zu den Lichtstrahlen, betrug 260 mm, die Höhe 50 mm, die Tiefe im Lichten 13 mm. Deckelplatte und Vorderwand konnten, um das Prisma bequem in dem Kasten befestigen und justiren zu können, weggenommen werden. Die Glasplatte mit den Doppelprismen wurde an der Hinterwand des Kastens durch Federn festgehalten. Die Vorder- und Rückwand enthielten oblonge Oeffnungen zum Durchgang des Lichtes, die, um Luftzug zu vermeiden, mit völlig planparallelen Glasplatten geschlossen waren. Im Deckel waren zwei Hülsen angebracht, durch welche luftdicht zwei Thermometer mit ihren Gefässen in das Innere des Kastens hineinragten. Geheizt wurde der Kupferkasten durch zwei kleine, unter den Enden desselben angebrachte Gasflammen. Die grosse Kupfermasse ermöglichte, die Temperatur im Inneren des Kastens überall ziemlich gleich zu machen, wenn die Heizung auch nur an zwei Stellen erfolgte. Die Gasflammen wurden immer so lange regulirt, bis die Thermometer während 20—30 Minuten nur kleine Schwankungen zeigten, und erst dann wurde beobachtet. Um Temperaturänderungen durch äussere Luftbewegungen nach Mög-

lichkeit auszuschliessen, war der Kupferkasten noch mit einem Mantel aus dünnem Eisenblech umgeben.

Ich habe bereits in meiner ersten Mittheilung angegeben, dass man besondere Sorgfalt darauf verwenden muss, das beobachtende Fernrohr bei Messung der Ablenkungen genau auf das Bild des Spaltes einzustellen. Dies hat deshalb seine Schwierigkeit, weil das Bild des Spaltes, wenn das Licht durch die schmalen Prismen hindurch geht, durch Beugung verbreitert wird. Ich habe daher schon bei meinen früheren Versuchen und ebenso bei den jetzigen ein besonderes „Collimationsverfahren“ angewandt, welches hier kurz erläutert werden mag.

Auf der Glasplatte, welche das zur Beobachtung dienende Metaldoppelprisma enthält, wird zunächst der von diesem Prisma brauchbare Theil durch einen 2 bis 3 mm breiten Rand von schwarzem Lack mit einem feinen Pinsel umgrenzt, dann umgrenzt man mit dem Lack rechts und links von dem Prisma je einen 5—8 mm breiten Raum, dessen Höhe dem der Prismen gleich ist, endlich schwärzt man die ganze Glasplatte mit dem Lack, sodass nur das Doppelprisma und die beiden seitlichen Fenster frei bleiben. Sollte sich auf letzteren noch etwas von dem electrolytisch niedergeschlagenen Metall befinden, so wird dies leicht mit Hülfe einer Cyankaliumlösung oder einer anderen geeigneten Flüssigkeit weggewischt. Diese seitlichen Fenster dienen zum „Collimiren“ des Beobachtungsfernrohres. Man lässt das Licht, indem man die Fenster abwechselnd abblendet, entweder nur durch das eine oder das andere Fenster gehen, und verstellt das Ocular des Fernrohres durch seinen Trieb so lange, bis das Spaltbild genau an derselben Stelle des Gesichtsfeldes, d. h. zwischen zwei Parallelfäden im Ocular bleibt, mag das Licht durch das eine oder das andere Fenster gehen. Wenn das Objectiv wirklich aplanatisch ist, so liegt nach dieser Justirung das Fadensystem auch genau in der Brennebene. Es ist unerlässlich, diese Collimirung mit der grössten Sorgfalt vor jeder Messungsreihe vorzunehmen. Dass ausserdem dafür gesorgt wurde, dass der Spalt möglichst genau in der Brennebene der Objectivlinse des Spaltrohres stehe, ist wohl selbstverständlich. Die angegebene Justirung

des Beobachtungsfernrohres wurde nicht bloß dann angewandt, wenn die Ablenkung der Strahlen gemessen wurde, sondern auch dann, wenn der Winkel des Doppelprismas bestimmt werden sollte. Auch hierbei erhält man bei Benutzung eines Gauss'schen Oculars noch deutliche Spiegelbilder eines Fadenkreuzes, wenn auch das Fernrohr merklich falsch eingestellt ist, und ist die angegebene Collimirung, bei welcher nunmehr die Spiegelbilder von den beiden seitlichen Fenstern zur Deckung gebracht werden, daher unerlässlich.

Ich will bemerken, dass die Objective des benutzten Spectrometers bezüglich Aplanasie nicht von der Vollkommenheit sind, wie sie erreicht werden kann, und wenn die Genauigkeit der Messung weiter getrieben werden soll, als ich sie bisher anstrebte und erreichte, so würden die Objective des Apparates durch vollkommenere ersetzt werden müssen.

Zur Collimirung des Fernrohres und dann zur Messung der Ablenkung durch die Prismen war es nöthig, während die Glasplatte mit den Prismen in dem Kupferkasten sich befand, entweder je eins der Fenster oder eins der Prismen für den Durchgang oder die Reflexion des Lichtes frei zu haben, während die anderen Theile verdeckt waren. Zwei Schieber, welche mittelst Stangen, die durch die kleinen Seitenwände hindurchgingen, von aussen verschoben werden konnten, ermöglichten in jedem Falle die gewünschte Abblendung. An jeder der Stangen war durch Hrn. Dr. Raps, der mir bei diesen Versuchen behülflich war, eine einfache sinnreiche, ohne Figur nicht wohl zu erläuternde Arretirungsvorrichtung angebracht, welche, wenn sie vorher für das betreffende Prismenpaar richtig eingestellt war, erlaubte, ohne die Prismen zu sehen, die gewünschte Abblendung mit Sicherheit vorzunehmen. Es erwies sich als nöthig, wenigstens geschah es der Vorsicht halber stets, die Collimirung bei jeder Temperatur, bei der die Ablenkung beobachtet werden sollte, besonders vorzunehmen. Die Prismenwinkel sind nur bei Zimmertemperatur, wenn die Vorderfläche des Kupferkastens entfernt war, bestimmt. Die Messung bei höherer Temperatur bot wegen der mehrfachen Reflexionen an dem Glas in der Vorderwand des Kastens und wegen Luftschlie-

ren, hervorgerufen durch kleine, zuweilen auftretende Temperaturungleichheiten im Inneren des Kastens bisher zu viel Schwierigkeit. Es wird daher angenommen, dass sich die Prismenwinkel mit der Temperatur nicht merklich ändern. Ich halte diese Annahme für ganz unbedenklich; die kleinen Winkeländerungen, die dadurch entstehen könnten, dass die Prismen nicht ganz frei sind und auf dem Glas, welches einen etwas anderen Ausdehnungscoefficienten als die einzelnen Metalle hat, haften, sind jedenfalls völlig zu vernachlässigen.

Ich werde übrigens unten einen indirecten Beweis geben, dass innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler die Prismenwinkel als mit der Temperatur unveränderlich anzusehen sind.

Beobachtungen und Resultate.

Die nachstehende Tabelle enthält die Resultate der ausgeführten Beobachtungen. Unter δ ist die Summe der Winkel der benutzten Doppelprismen, unter t die Temperatur in Celsiusgraden, unter α die Ablenkung der Strahlen durch die Prismen gegeben, also ebenso wie in der früheren Mittheilung der Winkel, welchen die durch die beiden Prismen gehenden Strahlenbündel nach dem Hindurchgang miteinander machen. Die Werthe von α und δ sind in dieser Mittheilung stets in Bogensekunden angegeben. Unter n befindet sich der in der früher angegebenen Weise berechnete Brechungsexponent; unter β die Temperaturcoefficienten für n . Dieselben sind in der Weise berechnet, dass, wenn t die niedere und t' die höhere Temperatur bedeutet, gesetzt ist:

$$n_t = n_{t'}(1 + \beta(t' - t)).$$

	δ	t	α	n	β
Gold	16,55"	18°	— 8,00"	0,52	
rothes Licht		118	— 3,52	0,79	0,0035
		18	+ 1,00	1,06	
		76	+ 5,63	1,34	0,0045
Gold		78	+ 6,54	1,39	0,0052
blaues Licht		118	+ 9,98	1,60	0,0051
		128	+ 11,84	1,72	0,0056
				Mittel	0,0051

	δ	t	α	n	β
Platin	28,31"	22 ^o	+19,90"	1,70	
weisses Licht		109	+31,10	2,10	0,0027
Nickel	25,90	20	+31,07	2,20	
rothes Licht		112	+43,64	2,69	0,0026
Eisen	32,60	20	29,96	1,92	
rothes Licht		102	50,08	2,54	0,0010
Silber	17,92	22	-12,19	0,32	
weisses Licht		92	- 9,71	0,46	0,0064

Das benutzte Golddoppelprisma ist das gleiche, welches in der ersten Mittheilung als Nr. 1 bezeichnet ist. Der Winkel wurde neu gemessen und ergab sich zu 16,55". In Strassburg hatte sich ergeben 9,65 Trommeltheile, d. i. 18,91".

Das Platindoppelprisma ist das Prisma Nr. 3 der früheren Untersuchung; der Winkel ist nicht neu bestimmt, sondern ist für denselben der frühere Werth 14,52 Trommeltheile, gleich 28,11" genommen.

Das Nickelpisma wurde neu electrolytisch angefertigt; leider gab die eine Seite kein gutes Spiegelbild, sodass der Winkel nicht bestimmt werden konnte. Es blieb daher nichts übrig, als aus der Ablenkung bei Zimmertemperatur und dem früher bestimmten Brechungsexponenten für Ni den Winkel zu berechnen und diesen zu Grunde zu legen für die Berechnung von n bei höherer Temperatur.

Das Eisendoppelprisma wurde neu electrolytisch niedergeschlagen und der Winkel der Prismen durch Spiegelung bestimmt. Das Prisma oxydirt sich bald, sodass nur wenige Versuche ausgeführt werden konnten.

Das Silberprisma ist neu angefertigt; es war schön blau durchsichtig und gab bei den Reflexionsbeobachtungen zur Winkelbestimmung sehr gute Spiegelbilder.

Wie oben schon angegeben, wurden die Winkel immer nur bei Zimmertemperatur bestimmt.

Sämmtliche angegebenen Werthe von α und δ sind die Mittel aus mehreren Einzelbestimmungen, meist 3 bis 4.

Als Lichtquelle diente, wie früher, eine electriche Lampe, das rothe Licht wurde durch Einschalten eines rothen Glases, das blaue durch Einschalten einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak erhalten.

Wie man sieht, sind die Beobachtungen bei Zimmer-temperatur in hinreichender und guter Uebereinstimmung mit den früher erhaltenen Werthen. Für die Ermittlung eines Temperaturcoefficienten ist Silber nicht wohl brauchbar, wenigstens nicht bei den Fehlergrenzen der jetzigen Beobachtungen. Infolge des kleinen Brechungsexponenten des Silbers ist die Aenderung der Ablenkung mit der Temperatur sehr gering, sodass sie fast in die Beobachtungsfehler fällt. Dem Werthe $\beta = 0,0064$ ist daher eine Bedeutung nicht beizulegen. Eine kleine Aenderung in α oder δ würde β schon beträchtlich ändern.

Die Werthe von β für die anderen Metalle sind mit erheblich grösserer Sicherheit bestimmt, da die Aenderungen von α mit der Temperatur sehr viel grössere sind als bei Silber. Man sieht nun, dass die Zahlen für β nicht nur der Grössenordnung nach, sondern wirklich sehr nahe mit den Temperaturcoefficienten zusammen fallen, welche für die Aenderung des galvanischen Widerstandes der Metalle bestimmt sind. Nimmt man für n blau bei Gold das Mittel der Beobachtungen, 0,0051, so ist das Gesamtmittel aus den Werthen von $\beta = 0,0036$. Dass diese Zahl fast genau mit dem Mittel der Temperaturcoefficienten für das galvanische Leistungsvermögen stimmt, ist wohl nur Zufall. Innerhalb der Beobachtungsgrenzen schliessen sich aber die sämmtlichen β diesem Mittel hinreichend nahe an. Man kann daher sagen, dass, soweit bis jetzt die Beobachtungen reichen, die Brechungsexponenten der Metalle nahe den gleichen Temperaturcoefficienten, 0,0036, haben, oder es ist die Lichtgeschwindigkeit in einem und demselben Metall der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Die gleiche Beziehung zur absoluten Temperatur zeigt, wie die oben citirten Versuche ergeben, das galvanische Leistungsvermögen. In ein und demselben Metall bleiben daher bei Aenderung der Temperatur Lichtgeschwindigkeiten und galvanisches Leistungsvermögen einander wirklich proportional.

Um die durch die bisherigen Untersuchungen für die verschiedenen Metalle nur im allgemeinen angedeutete Beziehung zwischen Lichtgeschwindigkeit und galvanischem Leistungsvermögen wirklich aufzufinden, sind genauere Versuche

erforderlich, als sie bisher ausgeführt werden konnten. Solche werden sich anstellen lassen, wenn es gelingt, bessere Prismen aus Metall herzustellen. Dahin zielende Versuche sind in Vorbereitung. Es wird dann aber auch nöthig sein, an demselben Stück Metall, für welches der Brechungsexponent ermittelt wurde, das galvanische Leitungsvermögen zu bestimmen.

Der Umstand, dass bei den bisherigen Versuchen die Prismenwinkel nur bei Zimmertemperatur gemessen sind und nicht auch bei der höheren, bei welcher die Ablenkung beobachtet wurde, kann die obigen Resultate nicht wohl fälschen. Würden die Prismenwinkel sich bei Erhöhung der Temperatur ändern, so würde doch wohl bei den meisten Metallen, oder vielleicht bei allen entweder eine Vergrösserung oder eine Verkleinerung der Winkel eintreten. Damit sind aber die obigen Resultate bei Prismen mit Brechungsexponenten kleiner und grösser als Eins in Widerspruch.

Weshalb Hr. Sissingh¹⁾ eine Aenderung der Reflexionsconstanten am Eisen bei Temperaturänderung nicht beobachten konnte, während ich bei Zunahme der Temperatur eine erhebliche Zunahme des Brechungsexponenten erhielt, vermag ich nicht anzugeben. Schliesslich möchte ich noch darauf hinweisen, dass die Aenderung der Brechungsexponenten der Metalle mit der Temperatur sehr viel grösser ist, als diejenige, welche die Exponenten anderer Materialien zeigen. Bei den verschiedenen Glassorten, die untersucht sind, ändert sich n für 1°C. um ungefähr $+0,0,3$ bis $0,0,7$, bei Steinsalz um $-0,0,37$ und bei einer Anzahl von Flüssigkeiten um $0,0,4$ bis $0,0,6$.

Eine Aenderung der Dispersion der Metalle mit der Temperatur ist durch die obigen Versuche nicht sicher constatirt. Auf die Differenz der Werthe von β für rothes und blaues Licht bei Gold, nämlich $0,0035$ und $0,0051$ möchte ich vorläufig keinen Werth legen, da diese Differenz noch durch Beobachtungsfehler entstanden sein kann.

1) Vgl. meine erste Mittheilung p. 271.

VI. Ueber die Messung der Tonstärke; von Max Wien.

(Hierzu Taf. X Fig. 1—7.)

Die bisherigen Versuche¹⁾, die Stärke des Schalles zu messen, gingen darauf aus, die lebendige Kraft zu bestimmen, welche zur Hervorbringung eines Schalles verwendet wurde; eine grosse Schwierigkeit besteht dabei darin, dass ein grosser, aber unbekannter Theil der lebendigen Kraft durch Reibung, Depression u. s. w. verloren geht. Daher wohl auch die sowohl mit der Theorie wie untereinander wenig im Einklang stehenden Resultate.

In neuerer Zeit hat Oberbeck²⁾ versucht, die eigentliche Schallstärke zu messen, d. h. zu bestimmen, wie gross die Energie der Luftschwingungen an irgend einer Stelle des Raumes ist. Für Geräusche erhielt derselbe brauchbare, für Töne sehr unsichere und inconstante Resultate. Ein Geräusch jedoch erscheint von vornherein zu Versuchen viel weniger geeignet, weil es im Gegensatz zu dem mathematisch, physikalisch und physiologisch scharf definirten Ton eine complicirte und unklare Erscheinung ist. Die im Folgenden beschriebenen Versuche beziehen sich daher ausschliesslich auf Töne. Bevor ich zu denselben übergehe, will ich die Intensität eines Tones analytisch definiren.

Nach Rayleigh³⁾ ist die Intensität J fortschreitender Wellen gleich der Arbeit, die in der Einheit der Zeit durch die Einheit der Fläche geht, also wie sich aus den Grundgleichungen der Wellenbewegung leicht ableiten lässt⁴⁾;

1) Schafhäütl, Abhandl. d. bayr. Acad. d. Wiss. 7. p. 501; R. v. Vierordt, Zeitschr. f. Biol. 14. p. 300; 17. p. 331 u. 387; Wied. Ann. 17. p. 471. 1882; 18. p. 201. 1883; 21. p. 509. 1884. u. a. Tischer, Unterscheidung von Schallstärken. Inauguraldiss. Leipzig 1882; Wundt, Wied. Ann. 17. p. 695. 1882; Kundt, Pogg. Ann. 134. p. 563. 1865; Töpler u. Boltzmann, Pogg. Ann. 141. p. 563. 1870.

2) Oberbeck, Wied. Ann. 18. p. 222. 1883. Vgl. hierüber auch meine Inauguraldissertation: „Ueber die Messung der Tonstärke“ Berlin, 1888.

3) Rayleigh, Theory of Sound. 2. § 254.

4) Vgl. Dissertation.

$$J = \frac{\rho_0 a}{2} \cdot \left(\frac{2\pi A}{\lambda} \right)^2 [ML^2 T^{-2}],$$

oder, wenn δ die grösste Druckänderung bedeutet und $\delta/D_0 = A$ (D_0 Normaldruck):

$$J = \frac{\rho_0 a^3}{2 \cdot 1,41^2} A^2 = 11,5 A^2 \text{ kg m.}$$

Es wäre demnach A ein sehr bequemes Mass der Tonintensität, da man dabei von der Tonhöhe unabhängig ist.

Es ist die hier definirte Intensität diejenige von fortschreitenden Wellen. Ist das Medium, in welchem dieselben auftreten, irgendwie begrenzt, so entstehen durch Reflexion Störungen. Dieselben sind jedoch unter der Bedingung zu vernachlässigen, dass die Dimensionen der störenden Gegenstände klein gegen die Wellenlänge des Tones sind.¹⁾ Diese Bedingung ist überall, wo wir im folgenden die Tonintensität in absolutem Maasse berechnen, erfüllt.

Im freien Raum sind die Luftverdickungen und Verdünnungen eines Tones ausserordentlich klein. In einem Helmholtz'schen Resonator, dessen Eigenton mit dem Ton aussen übereinstimmt, erfahren sie jedoch eine bedeutende Verstärkung, deren Grösse, wie wir unten sehen werden, sich theoretisch und experimentell bestimmen lässt. Auch diese Druckdifferenzen beabsichtige ich vorläufig noch nicht selbst zu messen, sondern eine ihnen proportionale Grösse dem Auge sichtbar und damit messbar zu machen, also eine Grösse, deren Quadrat der Intensität des zu messenden Tones proportional ist.

Zu diesem Zwecke wurde die Oeffnung des Resonators, welche sonst in das Ohr gesteckt wird, erweitert und daran die obere Hälfte der Kapsel eines Aneroidbarometers luftdicht angelöthet, sodass dieselbe gewissermassen die Stelle des Trommelfells einnahm. Aussen war der Druck constant, innen änderte er sich, es musste demnach die dünne elastische Metallplatte sich bewegen. Diese Bewegungen waren im allgemeinen sehr klein, sie wurden jedoch bedeutend grösser, wenn der Eigenton der Platte mit dem des Resonators in Uebereinstimmung gebracht wurde. Nun waren die Aus-

1) Rayleigh, l. c. II. § 334.

schläge eines in der Mitte der Kapsel angebrachten Stiftes durch ein Mikroskop von fünfhundertfacher Vergrößerung wohl sichtbar, aber nicht genau messbar. — Hierzu wandte ich eine empfindliche Spiegelübertragung ähnlich derjenigen an, welche von Röntgen¹⁾ für Aneroidbarometer vorgeschlagen ist, mit dem Unterschied, dass der Spiegel *S* (s. Fig. 1) nicht bei *A* um eine Axe, \perp zur Zeichnung drehbar ist, sondern bei *A* ein Stück feinsten Uhrfederblechs eingeklemmt wurde, an dessen Ende ein sehr leichter Spiegel *S* aufgekittet war. Auf dieses wirkte der Stift, und zwar wurde die Feder so stark gegen denselben gedrückt, dass sie sich auch bei den stärksten Tönen nicht von ihm entfernen konnte, sondern genau seinen Bewegungen folgen musste. Zwischen *B* und *A* muss sich das Blech biegen. Es lässt sich nun theoretisch und experimentell²⁾ beweisen, dass der Winkel, um den sich der Spiegel infolge der Biegung des Blechs dreht, proportional dem Ausschlage des Stiftes und noch $\frac{3}{2}$ -mal so gross ist, als wenn der Spiegel sich um eine Axe dreht.

Erklang nun irgendwo in der Nähe des Resonators sein Eigenton, so gerieth die Platte in Schwingungen, und der Spiegel drehte sich schnell hin und her. Deshalb erschien in dem Fernrohr, durch welches in dem Spiegel das Bild eines stark beleuchteten Spaltes betrachtet wurde, dieses Spaltbild nicht als einfache Lichtlinie, sondern als breites, helles Band, dessen Ränder besonders stark beleuchtet waren, weil der Spiegel sich dort am langsamsten bewegte. Die Druckdifferenz des Tones ist proportional der Breite dieses Bandes. Um dieselbe messen zu können, wurde in den Brennpunkt des Fernrohroculars eine mit dem Diamant auf 0,2 mm getheilte Glasplatte gebracht. Es waren 50 Theilstriche im Gesichtsfelde sichtbar und konnte auf etwa $\frac{1}{10}$ Theilstrich abgelesen werden. Die Abhängigkeit der Breite des Spaltbildes von der Entfernung des Spaltes (*b*) und des Fernrohrs (*c*) von dem Spiegel ergibt sich sofort aus Fig. 2 als:

1) Röntgen, Carl's Repert. 20, p. 44.

2) Vgl. Dissertation.

$$B = \frac{2b \sin \alpha}{c + b} f = \frac{2\alpha}{1 + \frac{c}{b}} \cdot f.$$

Es ist also die Breite nur von dem Verhältniss c/b der beiden Entfernungen abhängig, und wenn $c < b$ genommen wird, so übt eine kleine Aenderung einer der beiden Entfernungen eine nur sehr geringe Wirkung aus, was für länger dauernde Versuche sehr bequem ist. Im allgemeinen wurde $c = 90$ cm, $b = 120$ cm gewählt. Wenn man eine Millimeterscala an den Ort des Spaltes brachte, so fielen auf 10 Scalentheile der Theilung im Ocular des Fernrohrs 11,5 mm. Hieraus lässt sich berechnen¹⁾, dass bei einer Breite des Spaltbildes von einem Scalentheil der Ausschlag des Stiftes $\frac{1}{6260}$ mm = $159 \mu\mu$ beträgt. Da man auf $\frac{1}{10}$ Scalentheil bequem ablesen konnte, so liesse sich diese Methode auch allgemein zur Messung sehr kleiner Längsdilatationen gut anwenden.

Es wurden zu den Versuchen drei Resonatoren benutzt. Die Töne der stärksten Resonanz hatten ca. 220, 337, 440 Schwingungen, entsprachen also etwa den Tönen a , e' , a' . — Um den Ton der Kapsel mit dem des Resonators in Uebereinstimmung zu bringen, wurde dieselbe von geeigneter Grösse und Stärke gewählt. Das feinere Einstimmen geschah durch mehr oder weniger starkes Aufdrücken der Feder des Spiegels gegen den Stift, wodurch der Ton in geringen Grenzen geändert werden konnte. — Die Spiegel wurden möglichst leicht genommen und wurden zu diesem Zweck Stückchen von Deckgläsern, wie sie zu mikroskopischen Präparaten benutzt werden, versilbert. Sie waren etwa 3 mm lang und 2 mm breit und wogen mit Feder zusammen in keinem Fall mehr als 0,012 g.

Ich kann hier auf die ausführlichen theoretischen und experimentellen Beweise für die Proportionalität zwischen der Breite des Spaltbildes und der Amplitude des Tones nicht näher eingehen²⁾ und will nur einen summarischen experimentellen Beweis bringen. — Zu diesem Zweck muss jedoch zuerst die gewöhnlich benutzte Tonquelle beschrieben

1) Vgl. Dissertation.

2) Vgl. Dissertation.

werden. Da Pfeifentöne sich als nicht genügend constant in der Höhe erwiesen, wurde ein Telephonton angewendet, der dadurch zu Stande kam, dass eine auf den Ton des Resonators eingestimmte Stimmgabel electromotorisch getrieben und in eine Zweigleitung das Telephon eingeschaltet wurde. Der Ton war naturgemäss constant in Höhe und Intensität, sodass bei einer Breite des Spaltbildes von 100 Scalentheilen noch immer auf etwa 0,2 Scalentheile abgelesen werden konnte. Ausserdem hat diese Tonquelle die Vortheile, dass sie im Raum leicht beweglich ist, dass ihre Intensität durch eingeschaltete Flüssigkeitswiderstände beliebig geändert werden kann, und man ausserdem in der Oeffnung des Telephons einen bestimmten Ausgangspunkt der Schallbewegung hat. Der Ton war stark mit Obertönen behaftet, weshalb die Oeffnung des Telephons durch einen Kork mit einem kleinen Loch verschlossen wurde, sodass der Raum zwischen der Platte des Telephons und der Holzverkleidung eine Art Resonator bildete. Das Loch im Kork wurde nun so gross gemacht, dass der abgeschlossene Luftraum gerade auf den Telephonton resonirte, wodurch statt des ziemlich complicirten Klanges ein annähernd einfacher, kräftiger Ton entstand.

Mit Hülfe dieser Tonquelle können wir den versprochenen Beweis führen, indem wir die Grundbedingung jeder Messung: die Möglichkeit der Addition darlegen. Zwei Töne addiren sich nach dem Amplitudengesetz $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \delta$. Ich erhielt zwei solche Töne, indem ich zwei Telephone nebeneinander in den Stromkreis einschaltete und beide in dieselbe Entfernung von dem Resonator brachte. Ging der Inductionsstrom in derselben Richtung durch die Windungen der Telephone, so wurden die Platten zu gleicher Zeit angezogen, resp. abgestossen. Wurde jedoch eins umgekehrt eingeschaltet, so trat eine Phasendifferenz von $\pi/2$ ein, es musste demnach der Resonator das erste mal die Summe, das zweite mal die Differenz der Amplituden der einzelnen Töne angeben. Ich erhielt folgende Werthe in Scalentheilen:

$\delta = 0. \quad A = a_1 + a_2.$					$\delta = \pi/2. \quad A = a_1 - a_2.$				
a_1	a_2	$a_1 + a_2$	A	Diff.	a_1	a_2	$a_1 - a_2$	A	Diff.
18,1	22,8	40,9	40,2	-0,7	11,2	17,0	5,8	5,9	+0,1
16,1	24,5	40,5	40,0	-0,5	7,5	7,0	0,5	0,8	+0,3
27,0	19,1	46,1	46,0	+0,1	10,2	10,2	0,0	0,2	+0,2
11,5	19,5	31,0	30,5	-0,5	30,3	30,3	0,0	0,0	$\pm 0,0$
8,5	17,3	25,8	25,5	-0,3	24,0	8,5	15,5	15,4	-0,1
5,2	10,0	15,2	15,3	+0,1	14,3	9,6	4,7	4,5	-0,2

Wie die Tabellen zeigen, liegen die Differenzen innerhalb der Beobachtungsfehler.

Ehe ich zu den Anwendungen dieses Apparates übergehe, möchte ich noch einen Versuch besprechen, die zweite Aufgabe zu lösen, die Druckdifferenz eines Tones in absolutem Maass zu messen und damit auch die Intensität von Tönen verschiedener Höhe zu vergleichen.

Wir müssen dazu erstens die Druckdifferenzen in dem Resonator in absolutem Maasse angeben können und zweitens das Verhältniss derselben zu denen ausserhalb, im freien Raume kennen.

Um ersteres zu erreichen, müssen wir etwas auf die erzwungenen Schwingungen elastischer Platten eingehen.

Ist p die Periode der erzwungenen Schwingungen, n die der freien, d. h. des Eigentons der Platte, so ist die Amplitude¹⁾:

$$a = \frac{E}{n^2 - p^2}.$$

Ist $p = 0$, d. h. lasse ich eine constante Kraft auf die Platte wirken, so ist:

$$a_0 = \frac{E}{n^2}, \quad \frac{a_0}{a} = 1 - \left(\frac{p}{n}\right)^2.$$

Wird n bedeutend grösser als p , so nähert sich das Verhältniss immer mehr der Einheit. Ist z. B. die Differenz drei bis vier Octaven, so ist der Fehler, den man macht, wenn man die wirkende periodische Kraft direct durch den Ausschlag der Platte misst, nicht grösser als $(1/10)^2 = 1$ Proc.

Es wurde nun zu jedem der „empfindlichen“ Resonatoren ein anderer „absoluter“ Resonator verfertigt von ganz denselben Dimensionen und auf den anderen genau eingestimmt mit dem einzigen Unterschiede, dass die Kapsel

1) Rayleigh, l. c. I. § 43. n. F.

einen drei bis vier Octaven höheren Eigenton hatte. Es wurde dies dadurch erreicht, dass dieselbe von bedeutend grösserer Dicke und aus weniger elastischem Metall war. — Liess ich aus derselben Entfernung auf beide Resonatoren einen Ton einwirken, so konnte ich die Ausschläge des empfindlichen Resonators auf die des absoluten reduciren. Es ergab sich aus mehreren Messungen das Verhältniss der Ausschläge für die Resonatoren $a' = 1 : 29,6$ für die $a = 1 : 40,6$.

Durch Vergleich mit einem Wassermanometer, indem der Resonator verschlossen und der Druck in ihm vermehrt und vermindert wurde, ergab sich für einen Scalenthail-Ausschlag bei dem absoluten Resonator a ein erforderlicher Wasserdruck von 0,83 mm, für Resonator a' von 1,60 mm.

Es sind dies die Ausschläge bei einer constanten Kraft: α_0 . Wie wir oben bewiesen, unterscheiden sich die Ausschläge α , welche bei denselben Druckdifferenzen entstehen, wenn sie durch einen Ton hervorgerufen werden, um weniger als 1 Proc.

Auch von der Uebertragung durch den Spiegel war kein Fehler zu erwarten, da derselbe so leicht wie möglich gemacht war und mit seiner Feder einen ganz hohen Eigenton besass, sodass beide, Platte sowohl wie Spiegelübertragung, gegenüber dem tieferen Ton der erzwungenen Schwingung sich so verhielten, als ob eine constante Kraft auf sie einwirkte.

Ferner ist bei der Reduction des empfindlichen Resonators auf den absoluten die Voraussetzung gemacht, dass das Verhältniss zwischen den Ausschlägen beider dasselbe bleibt. Der Ausschlag des absoluten Resonators ändert sich bei einer eventuellen Aenderung der Elasticität der Platte naturgemäss nur wenig. Anders bei dem empfindlichen: hier würde sich zugleich der Eigenton der Platte ändern, und damit der Ausschlag sofort kleiner werden. Jedoch blieb der Ausschlag auch hier lange Zeit durchaus constant, da gut gearbeitete Kapseln ihre Elasticität nicht verändern, ebenso wie ein Aneroidbarometer ja auch Jahre lang den Luftdruck richtig angeben kann. — Mit einem der Resonatoren habe ich sogar über sechs Monate gearbeitet, ohne dass sein Ausschlag ein merklich anderer wurde, wie öfter durch Vergleich

mit dem absoluten Resonator oder durch Anwendung eines Tones von bestimmter Intensität constatirt wurde.

Schliesslich kann noch mit Hülfe der Rayleigh'schen Formeln über die Bewegung der Luft in Resonatoren¹⁾ gezeigt werden, dass der zur Messung dienende Apparat keinen Einfluss auf die zu messende Grösse hat, d. h. dass die zur Bewegung der Platte des absoluten Resonators erforderliche Energie verschwindend klein ist im Vergleich zu der der Luftbewegung in demselben.³⁾

Unsere zweite Aufgabe bestand darin, das Verhältniss der Druckdifferenzen im Resonator zu denen ausserhalb zu bestimmen.

Aus den Helmholtz'schen Formeln²⁾ für die Luftbewegung in einem Resonator ergibt sich dasselbe als:

$$\frac{J_a}{J_i} = \left\{ \frac{4\pi^2 n^3 S}{a^3} \right\}^2 = \frac{2 R^3}{\pi^2 S}.$$

R Radius der Oeffnung, S Inhalt. Wenn der Resonator kugelförmig:

$$S = \frac{4}{3} r^3 \pi, \quad \frac{J_a}{J_i} = \frac{3}{2\pi^3} \left(\frac{R}{r} \right)^3.$$

Die Druckdifferenzen verhalten sich wie die Wurzeln aus den Intensitäten:

$$\frac{A_a}{A_i} = \frac{4\pi^2 n^3 S}{a^3} = \sqrt{\frac{3}{2\pi^3} \left(\frac{R}{r} \right)^3} = \sqrt{\frac{2 R^3}{\pi^2 S}}.$$

Hieraus berechnet sich für Resonator a :

$$A_a : A_i = 1 : 52,1,$$

für Resonator a' :

$$A_a : A_i = 1 : 43,6.$$

Wir können dies Verhältniss auch experimentell bestimmen. Wenn man die Oeffnung des empfindlichen Resonators verschliesst, so kann von aussen keine Schallbewegung in den Resonator hineindringen, und der Ausschlag rührt nur von dem Mitschwingen der eingestimmten Platte her, verursacht durch die direct von aussen gegen die anschlagenden Wellen. Bringt man die Tonquelle in gleiche Entfernung

1) Rayleigh, l. c. 2. §. 304.

2) Helmholtz, l. c. 1. p. 378.

3) Vgl. Dissertation.

von Oeffnung und Kapsel, so wird man bei verschlossener Oeffnung einen Ausschlag q erhalten, welcher nur von der äusseren Bewegung herrührt; öffnet man den Resonator, so erhält man einen Ausschlag $p - q$, herrührend von der inneren Bewegung, weniger der äusseren. Danach bestimmte sich das Verhältniss $p : q = A_a : A_i$ aus mehreren Messungen für Resonator a als 1:36,2, für Resonator a' als 1:27,0.

Es sind diese Werthe bedeutend kleiner, als die von der Theorie geforderten. Diese letzteren sind entschieden zu gross, da bei der Ableitung der Formeln die Reibung unberücksichtigt geblieben ist, und auch sonst die Forderungen der Theorie nicht ganz erfüllt werden können. Die experimentellen Werthe sind hingegen entschieden zu klein, weil wir ja das Verhältniss der Druckdifferenzen bei dem absoluten Resonator suchen, bei dem empfindlichen aber die Bewegungen der Kapsel viel grösser sind, weshalb ein Theil der Energie verloren geht. Wir werden daher wohl keinen allzu grossen Fehler machen, wenn wir das arithmetische Mittel beider Werthe nehmen. Dann ergibt sich das Verhältniss der Druckdifferenzen bei Resonator a als 1:44,2, bei Resonator a' als 1:35,3.

Jetzt haben wir alles, was wir brauchen, um die Druckdifferenz eines Tones, welcher in dem empfindlichen Resonator einen Ausschlag von einem Scalentheile gibt, in Quecksilberdruck anzugeben.

Für Resonator a war: Aussen:Innen = 1:44,2, absolut:empfindlich = 1:40,6. Scalentheile des absoluten = 0,83 mm, Wasser = 0,83/13,6 mm Quecksilber. Demnach beträgt die grösste Druckänderung = $\frac{1}{2}$ Druckdifferenz =

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,83}{44,2 \cdot 40,6 \cdot 13,6} \text{ mm} = 17,0 \cdot \mu\mu \text{ Quecksilber.}$$

Für Resonator a' $\delta = 58,0 \mu\mu$ Quecksilber.

Wir hatten oben die physikalische Intensität eines Tones definiert als:

$$J = 115 A^2 \text{ kg} = 11,5 \cdot 10^{10} A^2 \text{ mg. mm,}$$

$$A = \frac{\delta}{D_0}, \quad D_0 = 760 \text{ mm Quecksilber.}$$

Gibt also Resonator a einen Ausschlag von n Scalentheilen

theilen, so bedeutet dies, dass der Ton an der Oeffnung desselben eine Intensität von:

$$J = 0,058 \text{ n}^2 \text{ mg. mm}$$

besitzt. Für Resonator a' ist:

$$J = 0,067 \text{ n}^2 \text{ mg. mm.}$$

Bei der Herleitung dieser Zahlen sind natürlich beträchtliche Fehler nicht zu vermeiden, da dieselben durch mehrfache Reduction kleiner Werthe auf grosse gewonnen sind. Diese Fehler sind jedoch Beobachtungsfehler, keine Fehler der Methode, welche jedesmal durch Theorie und Versuch als richtig nachgewiesen wurde. Der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Messung war niemals grösser als 8 Proc. Es wird demnach der Fehler des Gesamtergebnisses auch nicht allzu gross, jedenfalls die Grössenordnung der Luftdruckdifferenzen eines Tones mit Sicherheit hierdurch gegeben sein.

Wir haben somit in dem empfindlichen Resonator einen Apparat, mit dem die relative Amplitude eines Tones mit grosser Genauigkeit gemessen werden kann. Mit Hülfe des absoluten Resonators kann man die Intensität mit einiger Sicherheit auch in absolutem Maass erhalten.

Wir kommen jetzt zu einigen möglichst verschiedenartigen Anwendungen, um die Brauchbarkeit der Apparate zu beweisen.

Ich begann damit, unser natürliches Instrument zur Messung der Tonstärke, unser Ohr, als solches zu prüfen.

Diese Aufgabe besteht erstens darin, zu untersuchen, in welchem Verhältniss unsere Empfindung mit der Stärke des Reizes, also mit der Intensität des Tones wächst; dann wie bei gleicher physikalischer Intensität die Stärke der Empfindung von der Tonhöhe abhängig ist, und schliesslich in der Bestimmung der Reizschwelle, d. h. wie viel lebendige Kraft erforderlich ist, um überhaupt eine Empfindung zu erregen.

Der erste Theil fällt mit der Prüfung des Weber-Fechner'schen Gesetzes zusammen. Die beiden Formen desselben lauten, auf zwei Töne verschiedener Höhe angewendet:

$$\begin{aligned} A E &= C_1 \cdot \frac{A R_1}{R_1}, & E_1 &= C_1 \log \text{nat} \frac{R_1}{a_1}, \\ A E &= C_2 \cdot \frac{A R_2}{R_2}, & E_2 &= C_2 \log \text{nat} \frac{R_2}{a_2}. \end{aligned}$$

Machen wir $R_1/a_1 = R_2/a_2$ oder annähernd $R_1 = R_2$, so ergibt sich aus obigen Gleichungen¹⁾:

$$E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \frac{\Delta R_2}{R_2} : \frac{\Delta R_1}{R_1}.$$

Es verhält sich demnach bei gleicher physikalischer Intensität die Stärke der Empfindung zweier Töne verschiedener Höhe wie $C_1 : C_2$ oder $\Delta R_2/R_2 : \Delta R_1/R_1$. Wir erhalten also in diesen Grössen ein Maass für die Empfindlichkeit unseres Gehörs für Töne verschiedener Höhe.

Wir haben diese Formel abgeleitet, indem wir das Gesetz $\Delta E = \Delta R/R \cdot C$ als richtig angenommen haben. Für Geräusche ist dasselbe schon vielfach untersucht, wir müssen es jetzt noch für Töne prüfen.

Die Grundbedingung sind zwei Reize, die kurz hintereinander auftreten, und deren Stärke einander beliebig genähert werden kann. Ich erhielt zwei solche Töne durch das Telephon, indem die Wechselströme mittelst eines Umschalters einmal durch einen, das andere mal durch einen anderen Flüssigkeitswiderstand geschickt wurden, welche beliebig geändert werden konnten, sodass man beiden Tönen beliebige Intensitäten ertheilen konnte. Der Umschalter wurde durch zwei Gummibändchen in einer solchen Gleichgewichtslage gehalten, dass er für gewöhnlich keine der beiden Leitungen schloss. Durch längeres oder kürzeres Schliessen einer derselben, durch schnelleres oder langsames Umschalten konnte sowohl die Dauer jedes der Töne, wie die Dauer der Zwischenzeit beliebig geändert werden.

Die Differenz der beiden Töne wurde mit dem Resonator gemessen, dem das Telephon so weit genähert wurde, dass ein Ausschlag von 200, bei schwächeren Tönen auch von 100 oder 50 Scalentheilen entstand. In den ersten Fällen war natürlich nur ein Theil des breiten Lichtreifens in dem Gesichtsfelde des Fernrohrs sichtbar; der Rand dieses Streifens wurde in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht, ging er beim Umschalten um einen Scalentheil weiter, so bedeutete dies, dass der zweite Ton eine um 1, resp. 2 oder 4 Proc. stär-

1) Vergleiche hierüber, wie überhaupt über den ganzen psychophysischen Theil die Dissertation.

kere Amplitude hatte, als der erste. Da ich auf 0,2 Scalentheile ablesen konnte, so war damit die Amplitude der beiden Töne bis auf mindestens 0,5 Proc. mit Sicherheit gegeben. Zur Messung von Tönen, welche nicht mehr einen Ausschlag von 50 Scalentheilen gaben, wurde der Flüssigkeitswiderstand empirisch graduirt. Es waren somit die Töne für den ganzen Reizumfang von der Höhe bis zur Schwelle bis auf Bruchtheile von Procenten messbar. Die einzelnen untersuchten Tonstärken wurden untereinander verglichen, indem das Telephon jedesmal in eine bestimmte Entfernung von dem Resonator gebracht wurde.

Zur eigentlichen Untersuchung des Fechner'sches Gesetzes wandte ich die Methode der Minimaländerungen an, die der wahren und falschen Fälle nur, um die Resultate ihres subjectiven Charakters zu entkleiden.

Der Ton *a* von 440 Schwingungen wurde von der Reizschwelle an bis zu einem sehr starken Ton untersucht, der schon in der Nähe der Reizhöhe lag, da die Empfindlichkeit hier schon erheblich abnahm. Jeder untersuchte Ton hatte die zehnfache Intensität des vorhergehenden; für jeden wurden 40 Einstellungen gemacht, und zwar in Gruppen zu je vier. Ein Flüssigkeitswiderstand war constant, der andere variabel. Der von letzterem herrührende Ton wurde zuerst stärker genommen, als der constante. Einstellung 1) es wurde von einem merklichen zu einem eben untermerklichen Unterschied der beiden Töne übergegangen; 2) von einem untermerklichen zu einem eben übermerklichen. Dann war der variable Ton schwächer wie der constante. 3) von einer merklichen zu einer eben untermerklichen Differenz; 4) von einer nicht merklichen zu einer eben merklichen. — Diese Folge von vier verschiedenen Einstellungen trägt, glaube ich, viel dazu bei, die subjectiven Fehler zu verringern. Auch die Fehler, welche durch Ermüdung des Ohres und allmählich erworbene Uebung entstehen konnten, wurde durch geeignete Versuchsanordnung möglichst vermieden.¹⁾

Obleich jede einzelne Einstellung mit der grössten Sorgfalt gemacht wurde, war doch der wahrscheinliche Feh-

1) Vgl. Dissertation.

ler der einzelnen 15—20 Proc. Ich will hier eine ganze Versuchsreihe ausführlich mittheilen, die übrigen sind dieser durchaus analog. Hierin ist der Ausschlag des constanten Tones = 100, der des variablen A , also gibt die Differenz D den Unterschied der beiden Töne in Procenten der Amplitude an. $D^2/100 = \Delta R/R$, R = Intensität des Tones.

$$R = 10^2.$$

1) D	2) D	3) D	4) D
5,6	5,2	7,0	5,2
4,8	6,1	3,9	5,6
7,6	3,2	7,5	3,6
5,3	4,8	6,2	5,7
6,6	4,3	6,5	5,0
7,0	3,6	5,2	6,5
7,2	6,5	4,0	5,7
6,8	5,4	7,0	4,0
5,0	4,4	5,3	3,8
6,4	3,3	7,4	4,5
62,3	46,8	59,0	49,1

$$\frac{6,1 + 4,8}{2} = 5,45, \quad \frac{(105,45)^2 - 100^2}{100} = 11,2 \text{ Proc.} = \frac{\Delta R}{R}.$$

In dieser Art ergaben sich folgende Zahlen:

Ton $a' = 440$ Schwingungen:							
R	1,6	5,0	20,0	10^2	10^3	10^4	
$\Delta R/R$	Reizschwelle	13,5(?)	10,8	11,2	11,8	11,6	
R	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	$10^{11}(?)$
$\Delta R/R$	13,1	14,0	15,3	16,1	17,8	22,5	35,0

Ton $a = 220$ Schwingungen:			
R	10^2	10^3	10^8
$\Delta R/R$	18,2	22,4	27,0

Ton $e' = 337$ Schwingungen:		
R	10^5	$\Delta R/R$
		17,6

Um die Resultate nicht subjectiv erscheinen zu lassen, wandte ich noch die Methode der wahren und falschen Fälle bei mehreren Personen an, und zwar in der Weise, dass ich die beiden Töne mit einer constanten Differenz ungefähr gleich der mittleren von mir gefundenen Unterschiedsschwelle ertönen liess in willkürlicher Reihenfolge, bald den stärkeren, bald den schwächeren zuerst. Der betreffende Beobachter gab dann an, welcher von beiden ihm als der stärkere erschienen sei. Als Mittel sämtlicher Beobachtungen erhielt ich:

	R		
Ton a	$2 \cdot 10^3$	43 Proc.	falsche Fälle
Diff. 25,4 Proc.	10^6	55 "	
Ton a'	10^4	43,5 "	" "
Diff. 16,5 Proc.			

Es gibt dies nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung als Unterschiedsschwellen:

	R	Ton a	Ton a'
R	$2 \cdot 10^3$	10^3	10^4
ΔR	21,3	28,3	14,2
R			

Nach der Methode der Minimaländerungen hatte ich oben erhalten:

$\frac{\Delta R}{R}$	19,5	24,5	11,6
----------------------	------	------	------

Offenbar sind die letzteren Werthe absolut kleiner, wahrscheinlich infolge meiner grösseren Uebung; jedoch stimmt das Verhältniss gut.

Aus den Werthen von $\Delta R/R$ für den Ton a' sehen wir, dass das Fechner'sche Gesetz überall annähernd, nirgends aber genau gilt. Es lässt sich folgende Gleichung aus ihnen empirisch ableiten:

$$\Delta E = C \left\{ \frac{\Delta R}{R} - \frac{1}{40} \frac{\Delta R}{R} \log R - \frac{1}{400} \frac{\Delta R}{R} \log^2 R \right\}.$$

Hieraus Form II:

$$E = C \left\{ \log \frac{R}{a} - \frac{1}{80} \log^2 \frac{R}{a} - \frac{1}{1200} \log^3 \frac{R}{a} \right\}.$$

Setzen wir hier für $R/a = 10$, $E = 1$, so ist für:

$\frac{R}{a}$	1	10	10^3	10^6	10^{10}	Reizhöhe
E	0	1	2,9	5,4	7,7	ca. 9,0

Auffallender Weise scheint die Empfindlichkeit bis dicht an die Reizschwelle immer noch zuzunehmen, und dürfte die grösste Empfindlichkeit danach etwa an dem „Cardinalpunkt“ liegen, also dort, wo Reiz und Empfindung einander proportional wachsen.

Der Reizumfang ist ausserordentlich gross, wohl grösser, als bei irgend einem anderen Sinne. Nehmen wir die Intensität 10^{12} als Reizhöhe, so erhalten wir einen Reizumfang von 625 000 Millionen. Wir können demnach mit ungefähr

derselben Genauigkeit procentuale Aenderungen eines Tones mit unserem Ohre merken, der nahe an der Reizschwelle liegt, wie eines, der 625 000 Millionen mal so stark ist. Riemann berechnete den Reizumfang aus der Hörweite eines menschlichen Rufes als 10 Millionen, wobei jedoch die Reizhöhe noch lange nicht erreicht war.

Die Empfindlichkeit des Ohres für Töne verschiedener Höhe ist, wie wir oben gesehen haben, näherungsweise umgekehrt proportional $\Delta R/R$. Für mittlere Tonstärke 10^5 finden wir demnach, wenn wir die Empfindlichkeit für den Kammerton $a' = 100$ setzen:

	Empfindl.		Empfindl.
Ton a'	$\frac{13,1}{13,1} \cdot 100 = 100,$	Ton a	$\frac{13,1}{22,4} \cdot 100 = 58,5,$
Ton e'	$\frac{13,1}{17,6} \cdot 100 = 74,4,$	Geräusche	$\frac{13,1}{35,0} \cdot 100 = 37,4.$

Die letzte Zahl für Geräusche ergibt sich aus den oben angeführten Untersuchungen von Vierordt u. a. — Wir finden also, dass die Empfindlichkeit ziemlich schnell mit der Tonhöhe wächst. — Deshalb erscheint es vortheilhaft, bei akustischen Signalen hohe Töne anzuwenden; und es ist dies wohl auch der Grund dafür, dass von jeher in der Akustik zur Melodie die höheren Töne, die tieferen zur Begleitung benutzt wurden.

Diese letzten Betrachtungen fassen auf der Gleichung $E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \Delta R_2 / R_2 : \Delta R_1 / R_1$, deren Richtigkeit wieder davon abhängt, dass die Schwellenwerthe für Töne verschiedener Höhe nicht allzusehr voneinander abweichen. Wir kommen damit zu unserer dritten und letzten physiologischen Aufgabe, die absoluten und relativen Schwellenwerthe der Töne zu bestimmen.

Mit Hülfe der oben abgeleiteten Reduction eines Ausschlages von einem Scalentheile bei den beiden Resonatoren auf absolutes Maass konnte ich in folgender Art die Reizschwellenwerthe selbst direct bestimmen.

Es war die Empfindlichkeit des Resonators nicht ganz so gross, wie die des Ohres; es wurde deshalb der Resonator an einen Ort A in der Nähe der Tonquelle gebracht, das Ohr an einen entfernten Punkt B . Das Verhältniss der

Druckdifferenz in *A* und in *B* wurde einfach festgestellt, indem der Resonator das eine Mal in *A*, das andere Mal in *B* aufgestellt wurde: das Verhältniss war dann direct durch das der Ausschläge gegeben. Bei der Untersuchung selbst konnte mit der einen Hand durch Aenderung eines Alkoholwiderstandes der Telephonton beliebig geschwächt werden; mit der anderen konnte durch Oeffnen und Schliessen des Stromes mittelst eines Quecksilbercontactes der Ton intermittirt werden, da man einen solchen viel besser verfolgen kann, als einen constanten. Nun wurde von einem hörbaren zu einem nicht mehr hörbaren, dann von einem nicht mehr hörbaren zu einem gerade hörbaren Ton übergegangen und die Ausschläge des Resonators in beiden Fällen beobachtet. Das Mittel gab die Reizschwelle. Um subjective Einflüsse zu vermeiden, geschah auch das Oeffnen und Schliessen des Stromes, wie die Aenderung des Widerstandes von einer anderen Person, welcher durch Druck der Hand angegeben wurde, wann der Ton gehört wurde und wann nicht. Für mein Ohr war die Reizschwelle gleich in absolutes Maass umgerechnet bei dem Ton *a'* als Mitte mehrerer Beobachtungen: $\delta = 0,59 \mu\mu$ Quecksilber; bei anderen Personen war die Zahl meist etwas grösser, bei einem — musikalisch gebildeten — Ohr etwas kleiner. Dieser Werth war etwa halb so gross, wie der grösste, sodass sich für normale Ohren in Anbetracht des grossen Reizumfanges nur sehr geringe Differenzen der Schwellenwerthe ergeben.

Aus dem Werthe ergibt sich die Geschwindigkeit eines Theilchens beim Durchgange durch die Gleichgewichtslage als $u = 0,19 \mu \text{ sec}^{-1}$; die Amplitude $a = 0,066 \mu\mu$. Stellen wir diese Werthe mit dem oben gefundenen Reizumfang zusammen, so finden wir, dass die Töne, welche unser Ohr treffen, Druckdifferenzen zwischen ca. $1 \mu\mu$ bis 10μ Quecksilber haben, d. i. Amplituden von $0,1 \mu\mu$ bis μ .

Lord Rayleigh¹⁾ berechnet aus der Hörweite eines Pfeifentones $u = 1,4 \mu \text{ sec}^{-1}$, also bedeutend grösser wie unser Werth. Jedoch sind bei seiner Methode verschiedene Fehlerquellen zu berücksichtigen, die alle das Resultat vergrössern.²⁾

1) Lord Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. 31. p. 248.

2) Vgl. Dissertation.

Die Intensität des Schwellentones ergibt sich als:

$$J = 0,068 \mu\mu \text{ mg.}$$

Da das Trommelfell des Ohres etwa 33 qmm Fläche hat, so trifft dasselbe eine Energie von $2,2 \mu\mu \text{ mg.}$ Es würde diese Energie gerade hinreichen, um $5,1 \cdot 10^{-12} \text{ mg}$ Wasser um 1° C. zu erwärmen. Nehmen wir die Intensität der Reizhöhe 10^{12} mal so gross wie die der Reizschwelle, so erhalten wir für dieselbe eine Arbeit von $5,1 \text{ mg}$ Wasser 1° C.

Um sich von diesen Arbeitsgrössen in etwas paradoxer Weise eine Vorstellung zu machen, lässt sich berechnen¹⁾, dass wir alle sehr wohl einen Grashalm wachsen hören können, d. h. wenn die Arbeit, welche derselbe beim Wachsen aufspeichert, in Form von Schallwellen unser Ohr trafe, so würden wir einen Ton hören, welcher der Reizhöhe näher läge wie der Reizschwelle.

Es wäre interessant, die absolute Empfindlichkeit des Ohres mit der des Auges zu vergleichen; leider fehlen bis jetzt die Zahlen für letztere. Es lässt sich jedoch mit roher Annäherung die Energie der Strahlen berechnen¹⁾, welche die eben noch sichtbaren Sterne sechster bis siebenter Ordnung in das Auge senden, deren Ausstrahlung photometrisch mit der der Sonne verglichen ist. Es ergibt sich daraus die Reizschwelle des Auges etwas kleiner, aber von derselben Grössenordnung, wie die des Ohres.

Für den Ton a erhielt ich in ganz derselben Weise als Reizschwelle $\delta = 0,70 \mu\mu$. Das Verhältniss der Intensitäten der Schwellenwerthe von a und a_1 , also $= 1:1,5$. Die verhältnissmässig geringe Differenz der Schwellenwerthe zeigt die Berechtigung der Gleichung:

$$E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \frac{\Delta R_2}{R_2} : \frac{\Delta R_1}{R_1}.$$

Wir kommen jetzt zu einer anderen wichtigen Aufgabe der Tonstärkemessung, nämlich zu bestimmen, wie die Intensität eines Tones sich mit der der Tonquelle zugeführten Energie ändert.

Es wurde die Sirene und die Pfeife untersucht, und zwar in der Weise, dass einmal die Energie des zugeführten Luftstromes gemessen wurde, das andere mal die Intensität des

1) Vgl. Dissertation.

entstehenden Tones mit Hülfe des Resonators. Ersteres geschah durch ein Wassermanometer auf Grund der Formel $E = c \cdot v^3 = c' h^{3/2}$, worin E die Energie, v die Geschwindigkeit, h den Druck bedeutet, welche sich leicht aus den hydrodynamischen Grundgleichungen ableiten lässt. Es ist somit in der dritten Columnne der folgenden Tabelle $c \cdot A^2/h^{3/2}$ das Verhältniss zwischen Intensität und lebendiger Kraft in Procenten des Maximums dieses Verhältnisses, also der grössten erhaltenen Ausnutzung:

h	0,57	1,7	2,85	5,25	7,0	13,5	19,0	24,0	35,0
A	3,8	8,5	11,5	19,0	24,0	39,0	47,0	54,0	66,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	100	97,2	94,6	89,2	92,7	91,3	80,5	73,9	62,7.

Die entsprechende Curve ist in Fig. 3 gegeben. Es ergibt sich, dass die Intensität des Tones bei schwachem Druck ziemlich genau proportional der lebendigen Kraft wächst: bis $h = 13,5$ nur ein Verlust von ca. 10 Proc., was für das Ohr noch nicht wahrnehmbar wäre. Dann wächst wegen der grösseren Geschwindigkeit des Luftstromes die Reibung, sodass bei $h = 35,0$ schon ein Energieverlust von 37,3 Proc. eintritt.

Bei der gedackten Pfeife ändert sich die Höhe des Tones mit dem Drucke; es wurde deshalb durch einen beweglichen Stempel die Höhe des Tones jedesmal so regulirt, dass ein Maximum des Ausschlages im Resonator eintrat. Die Resultate waren besonders von der Stellung der Lippe der Pfeifenöffnung abhängig. Für eine bestimmte feste Stellung derselben bekam ich folgende Resultate: es ist $c \cdot A^2/h^{3/2}$ in Procenten der bei dieser Pfeife überhaupt erreichbaren Ausnutzung der Energie angegeben.

Tabelle III₁.

h	3	5	6	7,5	8,5	9,5	14,0	25,0	30,0	35,0
A	0,0	0,5	5,0	12,0	16,0	20,0	30,0	44,0	36,0	30,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	0,0	0,1	3,6	13,7	24,8	29,5	36,8	33,2	16,9	9,3.

Wenn die Lippe jedesmal so verschoben wurde, dass ein möglichst starker Ton entstand, erhielt ich folgende Tabelle.

Tabelle III₂.

h	6,5	9,0	15,5	19,0	21,0	23,0	35,0	43,0
A	8,0	19,0	41,0	61,0	67,0	72,0	88,0	95,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	8,3	30,2	59,1	96,3	100,0	98,4	85,2	68,6.

Es wächst, wie die Curven (Fig. 4) zeigen, die Intensität durchaus nicht proportional der Energie, sondern es steigt die Ausnutzung von einem bestimmten Druck (6–7 mm) an, wo überhaupt die Pfeife erst zu tönen beginnt, ziemlich schnell bis zu ihrem Maximum, um dann langsamer wieder abzufallen, infolge der grösseren Reibung und dadurch, dass ein grösserer Theil der Energie auf den ersten Oberton übergeht. Wie (2) zeigt, ist die betreffende Pfeife so beschaffen, dass sie von Natur bei etwa 20 mm Druck am besten anliegt. Durch die falsche Stellung der Lippe ging im Fall (1) bei stärkerem Druck soviel lebendige Kraft verloren, dass die Ausnutzung zwischen 9 und 25 mm Druck immer ca. 30–35 Proc. betrug. Es folgt demnach, dass nur bei einer bestimmten Stellung der Lippe und einem bestimmten Druck ein Maximum der Ausnutzung erhalten wird, die Intensität eines Pfeifentons also nicht durch die zugeführte Energie gemessen werden darf.

Um das gleichzeitige Anwachsen des ersten Obertons mit dem Druck, speciell das Umschlagen des Pfeifentons zu untersuchen, wurde die Mundöffnung eng genommen, sodass der Ton schon bei mittlerem Druck umschlug. Die Ausschläge des Grundtons sind auf die des Obertons reducirt (Fig. 5):

Grundton (1).			Oberton (2).		
h	A	$c \frac{A^2}{h^{3/2}}$	h	A	$c \frac{A^2}{h^{3/2}}$
10	1,8	4,3	9	1,0	1,3
15	3,9	9,6	15	3,0	5,1
18	8,0	30,2	18	4,7	10,2
22	9,7	40,0	19	7,0	21,3
26	10,6	37,6	20	10,0	40,2
34	12,5	34,4	24	12,0	49,0
37	12,0	28,4	30	16,0	56,0
39	4,5	3,0	37	20,0	63,9
40	3,0	1,2	39	26,5	98,2
			44	28,5	100,0

Schon vor dem Umschlagen geht immer mehr Energie von dem Grundton auf den Oberton über, sodass ihr Verhältniss, welches anfangs etwa 1:1 war ($h=20$) kurz vor dem Umschlagen 1:2,3 wird ($h=37$). Die Intensität des Obertones ist hier also schon mehr als doppelt so gross wie die des Grundtones, und doch trägt für unser Ohr der Gesamtklang noch immer den Charakter des Grundtons. In

diesem Fall war die verhältnissmässig grosse Stärke des Obertones durch die Stellung der Lippe bedingt; jedoch ist überhaupt die Stärke der Obertöne, welche wir auch nach einiger Uebung nur mit Mühe heraus hören, durchaus nicht zu unterschätzen. Bei der Sirene z. B. ist der erste Oberton beinahe so stark, wie der Grundton und ganz auffallend ist er beim Singen des Vocals *o* auf den Ton *a*. Bei einem (reducirten) Ausschlag des Grundtones, von 15–20 Scalentheilen fand sich beim Singen der Vocale als Ausschlag des ersten Obertones: $a = c \cdot 7,0$, $e = 11,0$, $i = 12,5$, $o = 25,0$, $u = 3,5$, $ü = 5,0$, $ä = 10,0$, also beim Vocal *o* der Oberton bedeutend stärker, wie der Grundton.

Trotz der grossen Empfindlichkeit der Resonatoren erhielt ich leider ein durchaus negatives Resultat, als ich mit ihnen die objective Existenz der Combinationstöne zu beweisen versuchte. Obgleich ich den durch zwei Pfeifen oder durch ein Telephon und eine Pfeife entstehenden Combinationston deutlich hörte, erhielt ich doch keinen merklichen Ausschlag, sodass man wohl daraus schliessen muss, dass der bei weitem grösste Theil der Intensität eines Combinationstones erst im Ohre entsteht.¹⁾

Als letzte Anwendung der Resonatoren komme ich jetzt zur Untersuchung der wichtigen Frage nach der Verbreitung der Schallintensität im Raum. Das Grundgesetz derselben ist theoretisch, dass der Schall, wenn er sich ohne Hindernisse ausbreitet, proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt. — Eine experimentelle Bestätigung hat dieses Gesetz noch nicht gefunden: im Gegentheil erhalten v. Vierordt und Oberbeck das Resultat, dass die Schwächung bei Geräuschen eher proportional der Entfernung selbst sei.²⁾ Die Untersuchungsmethode mit den Resonatoren war sehr einfach; es waren Schallquelle und Empfänger in verschiedene Entfernungen voneinander zu bringen; wenn die Theorie richtig ist, so musste das Product aus Ausschlag und Entfernung immer constant sein. Nur die Bedingung der freien Ausbreitung des Schalles war nicht so leicht zu

1) Vgl. v. Helmholtz, Tonempfindungen.

2) v. Vierordt u. Oberbeck, l. c.

erfüllen. — Im Zimmer störte natürlich, wie schon oft, die Reflexion an den Wänden, welche Maxima und Minima hervorrief, worauf wir vorerst kurz eingehen wollen. Um ihre Grösse und Lage zu bestimmen, wurde in dem einiger-massen kahlen Zimmer der Resonator in der Mitte aufgestellt und das Telephon von ihm senkrecht auf eine der Wände zu entfernt. Es ergaben sich folgende Ausschläge (A). E ist die Entfernung vom Telephon. Ton a' :

E cm	A	E cm	A	E cm	A	E cm	A
26	27,0	103	2,5	182	4,5	262	3,1
30	18,0	110	1,5	200	7,0	275	2,5
40	7,5	115	2,0	210	7,6	287	2,7
55	12,0	127	4,5	218	8,0	299	4,4
67	13,0	144	7,5	230	7,0	311	5,0
80	11,0	155	6,5	242	5,0	322	5,6
86	7,5	175	3,8	250	4,0	330	4,3
95	5,0						

Aehnlich Ton a . In den Curven (Fig. 6) ist die Intensität (A^2) als Ordinate, die Entfernung als Abscisse aufgetragen. Dieselben zeigen, wie gross die Differenzen zwischen den Intensitäten an den Maximis und Minimis sein kann. Z. B. ist das Verhältniss des zweiten Maximums und zweiten Minimums des Tones $a' = 70:1$. — Die Entfernung zwischen je zwei Maximis oder Minimis ist ungefähr gleich der Wellenlänge. Z. B. beträgt beim Ton a' die Länge von drei stehenden Wellen — Minimum IV — Minimum I — $= 275 - 40 = 235$ cm; also die Länge einer 78 cm, während die Wellenlänge des Tones 76 cm beträgt. Dieselben Erscheinungen in etwas geringerem Maasse zeigte der grosse Hörsaal des Berliner physikalischen Instituts. Auffällig war die geringe Abnahme der Tonstärke nach dem anderen Ende des Saales hin, sodass z. B. die durchschnittliche Intensität auf der vorletzten Bank $\frac{1}{3}$ der der zweiten betrug, während die Entfernung die vierfache war. Es ist demnach in einem geschlossenen Raum die Entfernung von dem Sprechenden von verhältnissmässig geringem Einfluss auf die Hörbarkeit.

Um nun wieder zu dem Ausgangspunkt dieser Betrachtung zurückzukehren, so konnte das Grundgesetz der Schallverbreitung im Zimmer jedenfalls nicht untersucht werden,

und auch im Freien dürfte die Bedingung der gänzlich ungestörten Fortpflanzung des Schalles schwer zu erfüllen sein. — Um einen möglichst passenden Ort aussuchen zu können, musste vor allem festgestellt werden, wovon besonders grosse Störungen zu erwarten waren, und welche vernachlässigt werden durften. Die Theorie¹⁾ ergibt, dass von Gegenständen, wie Stangen, Drähten, Steinen, kleinen Büschen und dergleichen keine Fehler zu befürchten sind. Ebenso auch nicht von den Gegenständen, welche zur Beobachtung des Ausschlags in der Nähe des Resonators aufgestellt werden mussten. Es waren dies das Fernrohr nebst Tisch, die zur Beleuchtung des Spaltes dienende Petroleumlampe, der Resonator nebst Stativ und der Beobachter: alle konnten wegen ihrer constanten und geringen Entfernung von dem Tonempfänger und meist auch wegen ihrer geringen Dimensionen gegen die Wellenlänge vernachlässigt werden. Hingegen musste ich mich hüten vor Häusern, Bäumen, hohen Zäunen und dergleichen, auch wenn sie sich in grösserer Entfernung befanden.

Es fand sich ein einigermaßen geeigneter Platz in der Charlottenburger Rennbahn, deren Benutzung mir freundlichst freigestellt wurde. Er bot weite, kahle Flächen, wo als einzige bedenkliche Gegenstände die „Hindernisse“ waren, und diese dürften für den flüchtigen Schall leicht zu nehmen sein, da ihre Höhe meist nicht so gross wie λ war, und ich ausserdem mit der beweglichen Tonquelle ihre gefährliche Nähe möglichst mied. Als Tonquelle wurde eine gedackte Pfeife mit besonders kräftigem Ton benutzt, welche auf einen kleinen Blasebalg gesteckt war. Bei den Versuchen wurde derselbe in die verschiedenen Entfernungen getragen, aufgeblasen und der Luftstrom geöffnet, worauf die betreffende Person schnell mehrere Schritte hinter die Pfeife trat. Die Entfernungen wurden auf einem zwischen Tonquelle und Empfänger gespannten Faden jedesmal bezeichnet und später zu Hause gemessen. Es wurden für jede Entfernung zwei oder mehr Ablesungen gemacht, wovon das Mittel genommen und die Spaltbreite abgezogen wurde. Wegen des hellen

1) Rayleigh, l. c. 2. § 334 u. 343.

Tageslichtes und der im Wind etwas flackernden Flamme musste der Spalt bei grösseren Ausschlägen sehr breit genommen werden (bis zu 0,8 Scalentheilen). Da der Luftstrom des Blasebalgs nicht ganz constant war, wurde jedesmal das Maximum des Ausschlags abgelesen, welches, wie vorher im Zimmer constatirt war, beim jedesmaligen Aufblasen nicht um 3 Proc. voneinander abwich. In den folgenden Tabellen bedeutet r die Entfernungen in Metern, a die Ablesungen, A corrig. Mittel. Ich erhielt:

Versuchsreihe I. Mässiger Wind von Tonempfänger nach Quelle.

r	28,1	44,4	62,0	76,6	93,0	107,8	152 6 m
a	19,0	14,5	10,5	7,5	6,0	4,6	3,7
a	19,5	14,0	10,5	7,5	6,3	4,9	3,3
A	18,8	13,7	9,8	7,0	5,5	4,6	3,3
$A . r$	530?	604	590	536	509	496	501

Versuchsreihe II.¹⁾ Stärkerer Wind senkrecht zu Tonempfänger nach Quelle.

r	19,1	30,3	51,7	71,5	102,3
a	27,0	16,5	11,0	7,3	5,2
a	28,5	14,0	10,0	7,5	5,8
A	27,2	15,0	10,0	6,9	5,0
$A . r$	523	455	517	495	511

Versuchsreihe II. Leiser Zug von Tonquelle nach Empfänger.

r	23,1	33,2	48,1	61,5	83,7	137,8
a	21,5	15,5	10,5	7,5	4,8	2,8
a	22,5	14,8	9,0	6,8	4,5	3,0
A	21,3	14,4	9,5	7,0	4,5	2,7
$A . r$	485	478	457	436	377	375?

Aus Tabellen und Curven (Fig. 7) ergibt sich eine etwas schnellere Abnahme der Tonstärke, als die Theorie es verlangt, wahrscheinlich hervorgerufen durch die Reibung an dem mit Gras bewachsenen Boden, durch die Unruhe der Luft und theilweise wohl auch durch kleine Unebenheiten des Terrains. Dass die Abnahme der Intensität nicht proportional der einfachen Entfernung erfolgt, ist wohl am besten aus der Zusammenstellung der Ausschläge zu ersehen, welche in jenem Fall ($A\sqrt{r} = \text{Const.}$) hätten entstehen müssen (A'') mit denen, welche ich wirklich erhielt (A) und denen A' , welche die Theorie vorschreibt:

1) Vielfach durch den Wind gestört.

<i>A</i>	21,3	14,4	9,5	7,0	4,5	2,7
<i>A'</i>	21,3	14,5	10,0	7,8	5,6	3,5
<i>A''</i>	21,3	17,0	15,2	13,9	12,1	8,8

Hierdurch ist wohl das Grundgesetz, dass die Intensität eines Tones umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt, mit Sicherheit bewiesen.

Schliesslich will ich nicht unterlassen, meinen hochverehrten Lehrern, Hrn. Geheimrath v. Helmholtz und Hrn. Prof. Dr. Kundt für die Unterstützung und das Interesse, welches sie meiner Arbeit stets zu Theil werden liessen, meinen ehrerbietigsten Dank zu sagen.

Phys. Inst. der Univ. Berlin, Juni 1888.

VII. *Ueber das von Hrn. H. F. Weber aufgestellte Strahlungsgesetz; von L. Graetz.*

Hr. H. F. Weber hat in den Berichten der Berliner Academie¹⁾ eine empirische Formel veröffentlicht, welche einerseits die Gesamtstrahlung fester Körper in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur, andererseits die Vertheilung der Energie im Spectrum bei allen Temperaturen darstellen soll, und zwar in dem ganzen Intervall der Temperaturen und Wellenlängen, für welche Messungen vorliegen. Er rühmt von diesem Ausdruck, dass er alle Messungsreihen über Strahlung „von der Temperatur des schmelzenden Eises bis zu der Temperatur des schmelzenden Platins und für das ganze lange Intervall der Wellenlängen, von der Wellenlänge des Violett bis zu den 30—40 mal längeren Wellen, welche Langley gemessen hat, mit grosser Treue in allen Einzelheiten wiedergiebt“, dass insbesondere „die Abweichungen zwischen den Consequenzen der Formel und den Daten der Beobachtungen nicht grösser sind als die Unsicherheiten der betreffenden Beobachtungen“. Hr. Weber hält es daher nicht für unstatthaft, in diesem Zusammenhang zwischen Strahlungsstärke, Tempe-

1) H. F. Weber, Ber. d. Berl. Acad. 1888. p. 565.

ratur und Wellenlänge das wirkliche Naturgesetz zu sehen. Es sollen speciell die Messungen von Schleiermacher, Bottonley, Graetz, Violle, Langley, Nichols, Garbe, Tyndall eine ausgezeichnete Bestätigung dieser Formel bieten.

Eine eingehende Prüfung der Weber'schen Formel hat mir dagegen gezeigt, dass erstens für die Gesamtstrahlung die Weber'sche Formel die vorhandenen Beobachtungen zum Theil viel weniger gut darstellt, als das Stefan'sche Gesetz (nämlich meine eigenen Beobachtungen), zum Theil, soweit die Beobachtungen (des Hrn. Schleiermacher) Abweichungen von dem Stefan'schen Gesetz zeigen, sie auch von der Weber'schen Formel Abweichungen in nahe gleicher Grösse ergeben; zweitens, dass für die Vertheilung der Energie im Spectrum das Gesetz nur als eine empirische Formel mit zwei Constanten angesehen werden kann, welche zum Theil nicht mehr leistet, als eine vorhandene Formel mit nur einer Constante, zum Theil erhebliche Differenzen gegen die Beobachtungen ergibt. Es sollen diese Punkte bewiesen werden.

1. Das Gesetz der Gesamtstrahlung eines festen Körpers ist nach Weber:

$$S = CFTe^{aT}$$

worin S die ausgestrahlte Wärmemenge, T die Temperatur, F die Oberfläche des strahlenden Körpers, a die Zahl 0,0043 und C eine den Körper charakterisirende Constante, die Emissionsconstante, ist. Die Richtigkeit dieser Formel wird in der Mittheilung des Hrn. Weber an den Versuchen des Hrn. Schleiermacher über die Strahlung von blankem und von mit Kupferoxydul bedecktem Platindraht zu erweisen gesucht. Da nach Angabe des Hrn. Weber auch meine Versuche über die Strahlung einer Glasfläche¹⁾ sich durch diese Formel genügend darstellen lassen sollen, der Beweis für diese Behauptung jedoch in der Arbeit nicht geführt ist, so habe ich zunächst an meinen eigenen Beobachtungen die Formel geprüft. Das Resultat ist, dass der Formel von meinen Beobachtungen durchaus widersprochen wird. Es wurde bei meinen Versuchen der zeitliche Verlauf der Abkühlung eines Thermometers in einer Hülle gemessen, die in drei Versuchsreihen auf 0°,

1) Graetz, Wied. Ann. 11. p. 913. 1880.

100°, 182,7° gehalten wurde. Bestimmte man für jede der Versuchsreihen die Constante m des Dulong-Petit'schen Strahlungsgesetzes, so ergaben sich die drei Werthe:

$$m_1 = 0,01253, \quad m_2 = 0,01381, \quad m_3 = 0,01353,$$

welche um 10 Proc. voneinander abweichen und daher beweisen, dass das Dulong-Petit'sche Gesetz die Beobachtungen, die auf 1–2 Proc. zuverlässig sind, nicht genügend darstellt. In gleicher Weise ergaben sich für die Constante σ des Stefan'schen Gesetzes die drei Werthe:

$$\sigma_1 = 1,086 \cdot 10^{-12}, \quad \sigma_2 = 1,057 \cdot 10^{-12}, \quad \sigma_3 = 1,085 \cdot 10^{-12},$$

welche im Maximum um 2,7 Proc. differiren und beweisen, dass dadurch eine erheblich bessere, nahezu vollkommene Darstellung der Beobachtungen gegeben ist.

In derselben Weise habe ich nun die Constante C der Weber'schen Formel aus den drei Beobachtungsreihen bestimmt, und es ergab sich:

$$C_1 = 1,369 \cdot 10^{-5}, \quad C_2 = 1,733 \cdot 10^{-5}, \quad C_3 = 2,000 \cdot 10^{-5}.$$

Die drei Werthe, welche einander gleich sein sollten, wenn die Weber'sche Formel den Beobachtungen genüge, weichen um mehr als 30 Proc. voneinander ab und zeigen einen ausgesprochenen Gang mit der Temperatur. *Die Weber'sche Formel stellt daher in keiner Weise meine Beobachtungen dar.*

Die Constante C wurde aus der Differentialgleichung:

$$-c dT = 4\pi r^2 C dt (Te^{aT} - T_0 e^{aT_0})$$

berechnet, in welcher T_0 die absolute Temperatur der Hülle ist. Indem man $T - T_0 = x$ setzte, liess sich auf der rechten Seite der Gleichung:

$$- \frac{4\pi r^2}{c} C T_0 e^{aT_0} dx = \frac{dx}{\left(\frac{x}{T_0} + 1\right) e^{ax} - 1}$$

der Factor von dx in eine Reihe entwickeln, von der noch die Glieder mit x^6 zu berücksichtigen waren, der Ausdruck integrieren und so C berechnen.

2. Da meine Versuche also die Weber'sche Formel nicht bestätigen, so war es wichtig zu sehen, wie weit die Schleiermacher'schen Beobachtungen durch diese Formel genügend dargestellt werden. Sieht man vorläufig von den Einwänden ab, die gegen die Zahlen von Schleiermacher zu erheben

sind¹⁾, so würde ein guter Anschluss der Formel an diese Beobachtungen doch jedenfalls verlangen, dass die Abweichungen nicht viel grösser sind, als die Fehler, die Hr. Schleiermacher selbst seinen Beobachtungen zuschreibt. Hr. Weber hat aus den Beobachtungen eine Mittelcurve frei construirt und dieser die Constante der Formel angepasst. Berechnet man jedoch mit dieser Constante die direct beobachteten Wärmemengen, so findet man folgende Abweichungen der berechneten von den beobachteten Zahlen in Procenten der letzteren.

1. Für d. blanken Platindraht.

I	II	III	IV
+14 ⁰ / ₀	+16 ⁰ / ₀	+2,8 ⁰ / ₀	+35 ⁰ / ₀
+4	+5,5	-1,5	+27
-5	-6,8	-6	+1,7
-5,3	-7	-10	-3,7
+8	+5	+2,3	-1,0

2. Für den Draht mit Kupferoxydul.

I	II	III	IV	V	VI
+17 ⁰ / ₀	-17 ⁰ / ₀	+16 ⁰ / ₀	-30 ⁰ / ₀	+100 ⁰ / ₀	+90 ⁰ / ₀
+13,5	+7	0	-29	+50	+42
+10	+11	+1,2	-6	+25	+22
-1,1	0	-7	-9	0	0
-5	-6,6	-6	-10	-3,9	-3
+2,5	-2	+1	-5	+7	-4

Die Abweichungen gehen also bei dem blanken Platindraht bis zu 35 Proc., bei dem mit Oxydul bedeckten Draht bis zu 100 Proc. der beobachteten Werthe. Ungefähr von derselben Grösse, nur unbedeutend grösser, sind aber auch die Abweichungen, welche das Stefan'sche Gesetz gegenüber diesen Beobachtungen ergibt. Legt man nämlich für die Constanten σ die Mittelwerthe zu Grunde, für den blanken Draht $\sigma = 7,401 \cdot 10^{-6}$, für den bedeckten $\sigma = 45,6 \cdot 10^{-6}$, so erhält man in derselben Weise folgende procentische Abweichungen.

1. Für den blanken Platindraht.

I	II	III	IV
Proc.	Proc.	Proc.	Proc.
+6	+6,7	+11	+33
+6	+6,2	+8	+27
+3	+0,8	+6,7	+8
-6	-6	-9	-4
-25	-26	-24	-27

2. Für den mit Kupferoxydul bedeckten Draht.

I	II	III	IV	V	VI
Proc.	Proc.	Proc.	Proc.	Proc.	Proc.
+17,5	+40,1	-8,3	+33,6	-100	-100
+15,5	+21	+2,3	+29,6	-70,1	-72
+7,6	+9,2	-1,0	+5,9	-41,8	-33
+1	+2,7	-1,5	+3,6	-10,5	-9,5
+0,9	+1,3	0	+2,3	-3,7	-3,6
+2	+2,9	+3,5	+5,3	+2,6	+0,4

1) Gegen die Versuche des Hrn. Schleiermacher über die Strahlung bei hohen Temperaturen ist der erhebliche Einwand zu machen, dass durch den Strom erwärmte Drähte zerstäuben. Diese Zerstäubung erfordert einen Theil der Energie, welche also in der Joule'schen Wärme

Man sieht, dass die Abweichungen des Stefan'schen Gesetzes wohl grösser sind, als die der Weber'schen Formel, aber doch nicht in dem Maasse, dass man berechtigt wäre, zu sagen, die eine Formel stelle die Beobachtungen gut dar, die andere nicht. Keine von beiden Formeln lässt sich auf diese Beobachtungen anwenden. Nicht anders ist es bei den neueren Versuchen Schleiermacher's über die Strahlung im Intervall von 0° bis 170°C . Hier zeigen dieselben gegen das Stefan'sche Gesetz einen ausgesprochenen Gang und weichen bis zu 25 Proc. ab. Aber auch gegen die Weber'sche Formel ergaben sich folgende Abweichungen, welche namentlich bei der höheren Temperatur erheblich genug sind.

Draht I: I +2,6 +1,2 -1,8 +8 +2 -0,3 Proc.
II -12 -25 -20 -7 -12 Proc.

Draht II: I -4 +1,2 -4,5 -2,7 +2,2 +3,5 +20 Proc.
II -10 -16,7 -12 -33 Proc.

Also auch die Schleiermacher'schen Beobachtungen können nicht als Beweis für die Richtigkeit der Weber'schen Formel dienen.

3. Eine scheinbar sehr schlagende Bestätigung seiner Formel erhält Hr. Weber aus den Beobachtungen von Violle über das Verhältniss der Gesamtstrahlung des schmelzenden Platins zu der des schmelzenden Silbers, eine Bestätigung, welche ihm die Gültigkeit seiner Formel bis nahe an 1700°C . beweist. Dieses Verhältniss, das experimentell zu 56,7 von Weber gefunden wurde, drückt sich aus durch:

$$\frac{C_1}{C_2} \left(\frac{T_1}{T_0} e^{\alpha(T_1 - T_0)} - 1 \right) / \left(\frac{T_2}{T_0} e^{\alpha(T_2 - T_0)} - 1 \right),$$

worin $T_1 = 2048$, $T_2 = 1227$ die Schmelzpunkte von Platin und Silber, $T_0 = 290$ die Temperatur der Umgebung ist. Nun ergibt sich der Factor von C_1/C_2 allein zu 57,6; es kommt

nicht erscheint. Die Versuche über Strahlung bei niedrigen Temperaturen und über die Wärmeleitung der Gase sind ebenfalls durch die Zerstäubung beeinflusst, indem die materiellen Theilchen des zerstäubten Drahtes einen Theil der Leitung übernehmen. Nach dem experimentellen Studium dieser Verhältnisse werde ich auf die Arbeit des Hrn. Schleiermacher zurückkommen.

also allein auf den Werth von C_1/C_2 , das Verhältniss der Emissionsvermögen von Platin und Silber an. Dieses Verhältniss bestimmt Hr. Weber für möglichst reine Metalle zu 1,032, sodass sich der Werth 59,1 statt des beobachteten 56,7 berechnet, eine unwesentliche Abweichung. Die Zahl 1,032 aber ist ganz wesentlich verschieden von den anderen Bestimmungen des Verhältnisses dieser Emissionsvermögen. De la Provostaye und Desains¹⁾ fanden für das Emissionsvermögen (Russ = 100 gesetzt) von gewalztem Platin 10,74, gewalztem Silber 2,94 also $C_1/C_2 = 3,69$, von geglättetem Platin 9,09, geglättetem Silber 2,38 also $C_1/C_2 = 3,81$. Aus Reflexionsversuchen²⁾ fanden sie für das Absorptionsvermögen, das dem Emissionsvermögen gleich ist, Werthe, die zwischen 4 und 7 schwanken. Die Constanten C hängen ja, wie man weiss, sehr wesentlich von der Oberflächenbeschaffenheit der Substanz ab; aber dann ist es auch nicht zulässig, die Oberflächenbeschaffenheit einer Metallplatte bei 100° gleich derjenigen zu halten, welche sie bei nahe an 2000° besitzt. Uebrigens ergibt sich der Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit aus Weber's Zahlen selbst. Er berechnet nämlich für drei blanke Platin-drähte von Hrn. Schleiermacher als Emissionsconstanten die Werthe: $C = 2,29, 3,44, 4,45$.

Der Werth 1,032, den er für die beiden Metallbleche gefunden hat, ist also ein ganz zufälliger und exceptionell kleiner; er kann leicht um das Doppelte, Dreifache und mehr variiren.

Um selbst einen Werth von C_1/C_2 zu erhalten, habe ich die zwei gegenüberliegenden Seiten eines Messingwürfels galvanisch mit den Metallen stark überzogen, die eine mit Platin, die andere mit Silber, dieselben polirt und mittels der Thermosäule das Verhältniss der Strahlungen bestimmt, wenn der Würfel mit Wasser von 100° gefüllt war. Es ergaben sich in mehreren Beobachtungen die Verhältnisse:

3,2; 3,6; 3,5; 2,9; 2,8 im Mittel 3,2.

Indess hat auch diese, wegen der Kleinheit der Strahlungen unsichere Bestimmung nur Gültigkeit für die beiden untersuchten Platten.

1) De la Provostaye und Desains. *Compt. rend.* 22. p. 825. 1846.

2) De la Provostaye und Desains, *Ann. de chin. et de phys.*

(3) 30. p. 431. 1851.

Man muss sogar sagen, dass die Stefan'sche Formel auf diese Versuche angewendet weniger abweichende Resultate gibt, als die Weber'sche, falls man nicht den exceptionellen Werth des Emissionsverhältnisses von Weber, sondern den Mittelwerth der Zahlen von de la Provostaye zu Grunde legt. Mit dem Werth C_1/C_2 (resp. σ_1/σ_2) = 4 ergibt sich nämlich die Violle'sche Zahl, die zu 56,7 beobachtet wurde, aus der Weber'schen Formel zu 230,4, während sie aus der Stefan'schen Formel sich zu 32 berechnet.

Solange über das Verhältniss der Emissionsvermögen nicht grössere Sicherheit vorliegt, ist diese Violle'sche Beobachtung zur Entscheidung über Strahlungsgesetze nicht geeignet.

4. In Bezug auf die homogene Strahlung stellt Hr. Weber die erste Prüfung seiner Formel an den Langley'schen Messungen der Strahlungsintensität der Kohle für verschiedene Wellenlängen an. Er schätzt die Unsicherheit der Langley'schen Zahlen auf 1—2 Proc. und ist von dem Anschluss seiner Formel an die Messungen befriedigt. Indess ergeben sich, wenn man den Werth von $b^2 = 0,202 \cdot 10^{-6}$ mittelst kleinster Quadrate berechnet, doch folgende procentische Abweichungen gegen Langley's Messungen:

0, — 5,6, — 13, — 15, — 13, — 12,5, — 12, — 10, — 12,
— 12, — 12, — 10 Proc.,

was kaum als eine befriedigende Darstellung angesehen werden dürfte.

Einen besonders guten Beleg für seine Formel findet aber Hr. Weber endlich in den Messungen von Garbe über den Zusammenhang zwischen der Lichtstärke H für bestimmte Wellenlängen und der verbrauchten Arbeit A bei Swan- und Maximlampen. In der That schliesst sich die Formel von Weber diesen Beobachtungen gut an. Es ist jedoch leicht einzusehen, dass dieser Anschluss nothwendiger Weise ein guter sein muss, da Weber zur Darstellung der Beobachtungen zwei willkürliche Constanten benutzt, während Garbe selbst diese Werthe schon durch eine Constante dargestellt hat.

Hr. Weber stellt nämlich das Verhältniss der Helligkeiten für dieselbe Wellenlänge bei zwei verschiedenen Temperaturen nach seiner Formel dar durch:

$$\frac{H_1}{H_2} = e^{a(T_1 - T_2) - \frac{1}{b^2 A^2} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right)},$$

die darin vorkommenden Temperaturen wurden bestimmt durch die Gleichung:

$$A = CFTe^{aT},$$

worin C eine neue, für die Kohle zu bestimmende Constante ist. Entnimmt man aus dieser letzten Gleichung die Werthe von T und trägt sie in die erste ein, so wird H_1/H_2 dargestellt als Function der A_1 und A_2 mit zwei Constanten b und C , welche von der Substanz abhängig sind.

Nun hat aber Hr. Garbe selbst seine Resultate durch die Formel:

$$H = a(A - b)^1 + \frac{0,522}{A^2}$$

dargestellt, woraus sich ergibt:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{A_1 - b}{A_2 - b} \right)^1 + \frac{0,522}{A^2}.$$

In dieser Formel kommt nur die eine für die Substanz charakteristische Grösse b vor. Wenn auch die Form der Garbe'schen Darstellung nicht rationell ist, so beweist sie doch, dass man die Beobachtungen, soweit sie das Verhältniss der Helligkeiten betreffen, schon durch eine Constante genügend darstellen kann, sodass die Darstellbarkeit durch zwei Constanten, wie in der Weber'schen Formel nichts Merkwürdiges enthält. Die Zahl 0,522 spielt bei Garbe dieselbe Rolle wie die Zahl $a = 0,0043$ bei Weber, ist also keine von der Substanz abhängige Grösse.

Die vorstehenden Bemerkungen in Bezug auf die Weber'sche Arbeit können den Werth nicht schmälern, den die zusammenfassende Betrachtung, wie sie Weber giebt, sowohl für die vorhandenen Beobachtungen, wie namentlich als Fingerzeig für neue Probleme und Messungen besitzt. Es sollte nur gezeigt werden, dass die gegebene Lösung des Strahlungsproblems nicht in genügender Weise den vorhandenen Beobachtungen entspricht, und dass für die Gesamtstrahlung das Stefan'sche Gesetz bisher noch ebenso viel, oder da es einigermaßen theoretisch begründet werden kann, mehr Recht besitzt, als die neue Formel.

München, Januar 1889.

**VIII. Ueber Oberflächenschichten. II. Theil;
von P. Drude.**

(Hierzu Taf. X Fig. 8–14.)

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich experimentell den Einfluss von Oberflächenschichten auf die Reflexion des Lichtes, sowohl an durchsichtigen, wie absorbirenden Medien zu ermitteln gesucht. Es hat sich herausgestellt, dass sie an natürlichen unberührten Spaltungsflächen fast völlig fehlen, dagegen an polirten Flächen vorhanden sind.

Ersteres spricht dafür, dass die natürliche Oberflächenschicht, wie sie z. B. durch continuirlichen Uebergang des einen Mediums in das andere hervorgerufen werden könnte, bei festen Körpern sehr gering ist. Bei Flüssigkeiten hat sie aber wesentlichen Einfluss, und da man auch bei den meisten festen Körpern, um sie als Spiegel zu gebrauchen, auf Poliren angewiesen ist, eine Polirschicht sich aber nie ganz entfernen lässt, so scheint es mir von Interesse, auch theoretisch den Einfluss der Oberflächenschichten zu ermitteln, um ihn eventuell durch geeignete Methoden eliminiren oder wenigstens taxiren zu können.

Es soll über das Verhalten der optischen Constanten der Oberflächenschicht gar keine specielle Annahme gemacht werden. Es kann also das eine Medium in das andere auch continuirlich übergehen. Da dies aber nicht durch dazwischen liegende Werthe der optischen Constanten zu geschehen braucht, so wähle ich auch in diesem Falle das allgemeinere Wort Oberflächenschicht anstatt des Wortes Uebergangsschicht.

Da die zu benutzenden Gleichungen sämmtlich linear sind, und in diesem Falle die Behandlung absorbirender Medien sich von der der durchsichtigen nur formell unterscheidet, falls man complexe Grössen einführt, so scheint die Bestimmung der reflectirten Amplitude bei continuir-

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 275. 1888 und Wied. Ann. 36. p. 532. 1889.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXVI.

lichem Uebergang im wesentlichen schon durch die Arbeiten der Herren von der Mühl¹⁾ und H. Lorenz²⁾ erledigt zu sein. Ich möchte schon hier den Unterschied des Nachstehenden gegen die genannten Arbeiten hervorheben. Hr. von der Mühl benutzt als Grenzbedingungen die sechs sich aus der Elasticitätstheorie ergebenden Bedingungen der Gleichheit der Verschiebungen der Aethertheilchen und der der Druckkräfte zu beiden Seiten der Grenze, infolge dessen longitudinale Wellen einzuführen nöthig sind. Hier wird die Voigt'sche Lichttheorie zu Grunde gelegt, d. h. als Grenzbedingungen die Gleichheit der Verschiebungen und das Kirchhoff'sche Princip angewandt. Die Resultate sind demnach auch verschieden.

Hr. H. Lorenz legt die Fresnel'sche Definition der Polarisationssebene zu Grunde, d. h. Verschiedenheit der Dichtigkeit des Lichtäthers in beiden Medien. Die Betrachtungen wären ebenso leicht nach der Neumann'schen Vorstellung auszuführen; allein die Art der Herleitung ist hier insofern anders und, wie mir scheint, kürzer, weil die Summation der einmal, dreimal, fünfmal etc. reflectirten Lichtstrahlen, wie sie Hr. H. Lorenz durch Aufstellung einer Functionalgleichung und durch Integration einer aus ihr abgeleiteten Differentialgleichung ausführt, vermieden wird und eine Differentialgleichung direct, oder auch das Resultat ganz ohne eine solche hergeleitet wird.

Strenge Formeln für n -Schichten endlicher Dicke. — Es sollen n parallele Schichten 1, 2, ... n zwischen zwei Medien 0 und $n+1$ vorausgesetzt werden, ihre resp. Dicken seien l_1, l_2, \dots, l_n und ihre optischen Constanten $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, wo die α complexe Zahlen sind und die früher definirte³⁾ Bedeutung haben. Analog seien die Constanten des ersten und letzten Mediums α_0 resp. α_{n+1} .

Es soll ein rechtwinkeliges Coordinatensystem x, y, z , zu Grunde gelegt werden, die yz -Ebene den Grenzen parallel, die xz -Ebene in der Einfallsebene, den Coordinatenanfang

1) K. von der Mühl, Mathem. Ann. 5. p. 471. 1872.

2) H. Lorenz, Pogg. Ann. 111. p. 460. 1860.

3) P. Drude, Wied. Ann. 32. p. 596. 1887.

auf der ersten Grenze (zwischen den Medien 0 und 1), die z -Axe von 0 nach 1 gerichtet. Die Zugehörigkeit zu den einzelnen Medien soll durch entsprechende Indices bezeichnet werden.

Die Verrückungen der Aethertheilchen, parallel den Coordinatenaxen x, y, z , seien u, v, w . Dieselben sind die reellen Theile gewisser complexer Ausdrücke. Da alle auftretenden Gleichungen linear sind, so setze ich u, v, w diesen Ausdrücken gleich, wobei dies aber die obige Bedeutung hat.

Es sollen ebene Wellen in 0 nach 1 hin einfallen. Die Schwingungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene lassen sich gesondert behandeln. Ich nehme zunächst letztere vor und setze, indem der Index r reflectirte, der Index d gebrochene, e die ursprünglich einfallende Welle bezeichnet:

$$(1) \quad \begin{cases} v_0^e = E_0^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_0 z))}, & v_0^r = R_0^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_0 z))}, \\ v_m^d = D_m^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_m z))}, & v_m^r = R_m^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_m z))}, \\ m = 1, 2, \dots, n, \\ v_{n+1}^d = D_{n+1}^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_{n+1} z))}. \end{cases}$$

Hierin ist $\tau = T/2\pi$, wo T die Schwingungsdauer bedeutet, E, R, D, μ, π sind complexe Zahlen, in den späteren Anwendungen wird E, μ und π_0 reell angenommen werden, da das Medium 0 dann als durchsichtig vorausgesetzt werden wird.

Wegen der Differentialgleichungen der Bewegung des Aethers ist:

$$(2) \quad \mu^2 + \pi_m^2 = \frac{1}{\alpha_m^2}, \quad m = 0, 1, \dots, n+1.$$

Die Grenzbedingungen lauten:

$$(3) \quad \begin{cases} \text{Für } z = 0 \text{ ist:} \\ v_0^e + v_0^r = v_1^d + v_1^r, & \alpha_0 \frac{\partial(v_0^e + v_0^r)}{\partial z} = \alpha_1 \frac{\partial(v_1^d + v_1^r)}{\partial z}; \\ \text{für } z = l_1: \\ v_1^d + v_1^r = v_2^d + v_2^r, & \alpha_1 \frac{\partial(v_1^d + v_1^r)}{\partial z} = \alpha_2 \frac{\partial(v_2^d + v_2^r)}{\partial z}; \end{cases}$$

$$\frac{H_1}{H_2} = e^{a(T_1 - T_2) - \frac{1}{b^2 A^2} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right)},$$

die darin vorkommenden Temperaturen wurden bestimmt durch die Gleichung:

$$A = C F T e^{aT},$$

worin C eine neue, für die Kohle zu bestimmende Constante ist. Entnimmt man aus dieser letzten Gleichung die Werthe von T und trägt sie in die erste ein, so wird H_1/H_2 dargestellt als Function der A_1 und A_2 mit zwei Constanten b und C , welche von der Substanz abhängig sind.

Nun hat aber Hr. Garbe selbst seine Resultate durch die Formel:

$$H = a (A - b)^{1 + \frac{0,522}{A^2}}$$

dargestellt, woraus sich ergibt:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{A_1 - b}{A_2 - b} \right)^{1 + \frac{0,522}{A^2}}.$$

In dieser Formel kommt nur die eine für die Substanz charakteristische Grösse b vor. Wenn auch die Form der Garbe'schen Darstellung nicht rationell ist, so beweist sie doch, dass man die Beobachtungen, soweit sie das Verhältniss der Helligkeiten betreffen, schon durch eine Constante genügend darstellen kann, sodass die Darstellbarkeit durch zwei Constanten, wie in der Weber'schen Formel nichts Merkwürdiges enthält. Die Zahl 0,522 spielt bei Garbe dieselbe Rolle wie die Zahl $a = 0,0043$ bei Weber, ist also keine von der Substanz abhängige Grösse.

Die vorstehenden Bemerkungen in Bezug auf die Weber'sche Arbeit können den Werth nicht schmälern, den die zusammenfassende Betrachtung, wie sie Weber giebt, sowohl für die vorhandenen Beobachtungen, wie namentlich als Fingerzeig für neue Probleme und Messungen besitzt. Es sollte nur gezeigt werden, dass die gegebene Lösung des Strahlungsproblems nicht in genügender Weise den vorhandenen Beobachtungen entspricht, und dass für die Gesamtstrahlung das Stefan'sche Gesetz bisher noch ebenso viel, oder da es einigermaßen theoretisch begründet werden kann, mehr Recht besitzt, als die neue Formel.

München, Januar 1889.

**VIII. Ueber Oberflächenschichten. II. Theil;
von P. Drude.**

(Hierzu Taf. X Fig. 8–14.)

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich experimentell den Einfluss von Oberflächenschichten auf die Reflexion des Lichtes, sowohl an durchsichtigen, wie absorbirenden Medien zu ermitteln gesucht. Es hat sich herausgestellt, dass sie an natürlichen unberührten Spaltungsflächen fast völlig fehlen, dagegen an polirten Flächen vorhanden sind.

Ersteres spricht dafür, dass die natürliche Oberflächenschicht, wie sie z. B. durch continuirlichen Uebergang des einen Mediums in das andere hervorgerufen werden könnte, bei festen Körpern sehr gering ist. Bei Flüssigkeiten hat sie aber wesentlichen Einfluss, und da man auch bei den meisten festen Körpern, um sie als Spiegel zu gebrauchen, auf Poliren angewiesen ist, eine Polirschicht sich aber nie ganz entfernen lässt, so scheint es mir von Interesse, auch theoretisch den Einfluss der Oberflächenschichten zu ermitteln, um ihn eventuell durch geeignete Methoden eliminiren oder wenigstens taxiren zu können.

Es soll über das Verhalten der optischen Constanten der Oberflächenschicht gar keine specielle Annahme gemacht werden. Es kann also das eine Medium in das andere auch continuirlich übergehen. Da dies aber nicht durch dazwischen liegende Werthe der optischen Constanten zu geschehen braucht, so wähle ich auch in diesem Falle das allgemeinere Wort Oberflächenschicht anstatt des Wortes Uebergangsschicht.

Da die zu benutzenden Gleichungen sämmtlich linear sind, und in diesem Falle die Behandlung absorbirender Medien sich von der der durchsichtigen nur formell unterscheidet, falls man complexe Grössen einführt, so scheint die Bestimmung der reflectirten Amplitude bei continuir-

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 275. 1888 und Wied. Ann. 36. p. 532. 1889.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXVI.

lichem Uebergang im wesentlichen schon durch die Arbeiten der Herren von der Mühll¹⁾ und H. Lorenz²⁾ erledigt zu sein. Ich möchte schon hier den Unterschied des Nachstehenden gegen die genannten Arbeiten hervorheben. Hr. von der Mühll benutzt als Grenzbedingungen die sechs sich aus der Elasticitätstheorie ergebenden Bedingungen der Gleichheit der Verschiebungen der Aethertheilchen und der der Druckkräfte zu beiden Seiten der Grenze, infolge dessen longitudinale Wellen einzuführen nöthig sind. Hier wird die Voigt'sche Lichttheorie zu Grunde gelegt, d. h. als Grenzbedingungen die Gleichheit der Verschiebungen und das Kirchhoff'sche Princip angewandt. Die Resultate sind demnach auch verschieden.

Hr. H. Lorenz legt die Fresnel'sche Definition der Polarisationssebene zu Grunde, d. h. Verschiedenheit der Dichtigkeit des Lichtäthers in beiden Medien. Die Betrachtungen wären ebenso leicht nach der Neumann'schen Vorstellung auszuführen; allein die Art der Herleitung ist hier insofern anders und, wie mir scheint, kürzer, weil die Summation der einmal, dreimal, fünfmal etc. reflectirten Lichtstrahlen, wie sie Hr. H. Lorenz durch Aufstellung einer Functionälgleichung und durch Integration einer aus ihr abgeleiteten Differentialgleichung ausführt, vermieden wird und eine Differentialgleichung direct, oder auch das Resultat ganz ohne eine solche hergeleitet wird.

Strenge Formeln für n -Schichten endlicher Dicke. — Es sollen n parallele Schichten $1, 2, \dots, n$ zwischen zwei Medien 0 und $n+1$ vorausgesetzt werden, ihre resp. Dicken seien l_1, l_2, \dots, l_n und ihre optischen Constanten $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, wo die α complexe Zahlen sind und die früher definirte³⁾ Bedeutung haben. Analog seien die Constanten des ersten und letzten Mediums α_0 resp. α_{n+1} .

Es soll ein rechtwinkeliges Coordinatensystem x, y, z , zu Grunde gelegt werden, die yz -Ebene den Grenzen parallel, die xz -Ebene in der Einfallsebene, den Coordinatenanfang

1) K. von der Mühll, Mathem. Ann. 5. p. 471. 1872.

2) H. Lorenz, Pogg. Ann. 111. p. 460. 1860.

3) P. Drude, Wied. Ann. 32. p. 596. 1887.

auf der ersten Grenze (zwischen den Medien 0 und 1), die z -Axe von 0 nach 1 gerichtet. Die Zugehörigkeit zu den einzelnen Medien soll durch entsprechende Indices bezeichnet werden.

Die Verrückungen der Aethertheilchen, parallel den Coordinatenaxen x, y, z , seien u, v, w . Dieselben sind die reellen Theile gewisser complexer Ausdrücke. Da alle auftretenden Gleichungen linear sind, so setze ich u, v, w diesen Ausdrücken gleich, wobei dies aber die obige Bedeutung hat.

Es sollen ebene Wellen in 0 nach 1 hin einfallen. Die Schwingungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene lassen sich gesondert behandeln. Ich nehme zunächst letztere vor und setze, indem der Index r reflectirte, der Index d gebrochene, e die ursprünglich einfallende Welle bezeichnet:

$$(1) \quad \begin{cases} v_0^e = E_0^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_0 z))}, & v_0^r = R_0^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_0 z))}, \\ v_m^d = D_m^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_m z))}, & v_m^r = R_m^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_m z))}, \\ m = 1, 2, \dots, n, \\ v_{n+1}^d = D_{n+1}^s e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_{n+1} z))}. \end{cases}$$

Hierin ist $\tau = T/2\pi$, wo T die Schwingungsdauer bedeutet, E, R, D, μ, π sind complexe Zahlen, in den späteren Anwendungen wird E, μ und π_0 reell angenommen werden, da das Medium 0 dann als durchsichtig vorausgesetzt werden wird.

Wegen der Differentialgleichungen der Bewegung des Aethers ist:

$$(2) \quad \mu^2 + \pi_m^2 = \frac{1}{\alpha_m}, \quad m = 0, 1, \dots, n+1.$$

Die Grenzbedingungen lauten:

$$(3) \quad \begin{cases} \text{Für } z = 0 \text{ ist:} \\ v_0^e + v_0^r = v_1^d + v_1^r, & \alpha_0 \frac{\partial (v_0^e + v_0^r)}{\partial z} = \alpha_1 \frac{\partial (v_1^d + v_1^r)}{\partial z}; \\ \text{für } z = l_1: \\ v_1^d + v_1^r = v_2^d + v_2^r, & \alpha_1 \frac{\partial (v_1^d + v_1^r)}{\partial z} = \alpha_2 \frac{\partial (v_2^d + v_2^r)}{\partial z}; \end{cases}$$

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{D_1^s e^{-\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1} + R_0^s e^{\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1}}{D_1^s e^{-\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1} - R_1^s e^{\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1}} = \frac{\alpha_1 \pi_1}{\alpha_2 \pi_2} \cdot \frac{D_2^s + R_2^s}{D_2^s - R_2^s}, \\ \dots \dots \dots \\ \frac{D_n^s e^{-\frac{i}{\tau} \pi_n l_n} + R_n^s e^{\frac{i}{\tau} \pi_n l_n}}{D_n^s e^{-\frac{i}{\tau} \pi_n l_n} - R_{n+1}^s e^{\frac{i}{\tau} \pi_n l_n}} = \frac{\alpha_n \pi_n}{\alpha_{n+1} \pi_{n+1}}. \end{array} \right.$$

Diese $n + 1$ Gleichungen genügen zur Bestimmung der $n + 1$ Unbekannten:

$$\begin{array}{ccc} R_0^s, & R_1^s, & R_n^s \\ E_0^s, & D_1^s, & D_n^s. \end{array}$$

Es möge nun die in der Einfallsebene schwingende Komponente betrachtet werden. Wir setzen:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_0^e = \frac{\pi_0}{\sqrt{\mu^2 + \pi_0^2}} E_0^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_0 z))}, \\ u_0^r = - \frac{\pi_0}{\sqrt{\mu^2 + \pi_0^2}} R_0^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_0 z))}, \\ u_m^d = \frac{\pi_m}{\sqrt{\mu^2 + \pi_m^2}} D_m^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_m z))}, \\ u_m^r = - \frac{\pi_m}{\sqrt{\mu^2 + \pi_m^2}} R_m^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_m z))}, \\ u_{n+1}^d = \frac{\pi_{n+1}}{\sqrt{\mu^2 + \pi_{n+1}^2}} D_{n+1}^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_{n+1} z))}, \\ w_0^e = - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \pi_0^2}} E_0^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_0 z))}, \\ w_0^r = - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \pi_0^2}} R_0^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_0 z))}, \\ w_m^d = - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \pi_m^2}} D_m^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_m z))}, \\ w_m^r = - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \pi_m^2}} R_m^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x - \pi_m z))}, \\ w_{n+1}^d = - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \pi_{n+1}^2}} D_{n+1}^p e^{\frac{i}{\tau} (t - (\mu x + \pi_{n+1} z))}, \\ m = 1, 2, \dots n. \end{array} \right.$$

Als Grenzbedingungen genügen hier die Gleichheit der Verrückungen, die der Arbeiten der auf den Aether wirkenden Kräfte folgt von selbst daraus. Es ist also:

$$(6) \quad \text{für } z = l_1 + l_2 + \dots + l_m: \\ u_m^d + u_m^r = u_{m+1}^d + u_{m+1}^r, \quad w_m^d + w_m^r = w_{m+1}^d + w_{m+1}^r.$$

Setzt man wieder:

$$D_m^p e^{-\frac{i}{\tau} \pi_m (l_1 + l_2 + \dots + l_{m-1})} = D_m^p, \quad R_m^p e^{+\frac{i}{\tau} \pi_m (l_1 + l_2 + \dots + l_{m-1})} = R_m^p, \\ \text{so erhält man die Gleichungen:}$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_o^p + R_o^p = \pi_0 D_1^p + R_1^p \\ E_o^p - R_o^p = \pi_1 D_1^p - R_1^p \\ \frac{D_1^p e^{-\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1} + R_1^p e^{+\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1}}{D_1^p e^{-\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1} - R_1^p e^{+\frac{i}{\tau} \pi_1 l_1}} = \frac{\pi_1 \cdot D_2^p + R_2^p}{D_2^p - R_2^p} \\ \dots \dots \dots \\ \frac{D_n^p e^{-\frac{i}{\tau} \pi_n l_n} + R_n^p e^{+\frac{i}{\tau} \pi_n l_n}}{D_n^p e^{-\frac{i}{\tau} \pi_n l_n} - R_n^p e^{+\frac{i}{\tau} \pi_n l_n}} = \frac{\pi_n}{\pi_{n+1}} \end{array} \right.$$

Diese $n + 1$ Gleichungen genügen zur Bestimmung der $n + 1$ Unbekannten:

$$\begin{array}{cccc} R_o^p & R_1^p & \dots & R_n^p \\ E_o^p & D_1^p & \dots & D_n^p \end{array}$$

Setzt man:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha_m \cdot \pi_m}{\alpha_{m+1} \cdot \pi_{m+1}} = \frac{1 + r_{m,m+1}^p}{1 - r_{m,m+1}^p}, \quad \pi_m = \frac{1 + r_{m,m+1}^p}{1 - r_{m,m+1}^p}, \\ \frac{R_m^s}{D_m^s} = A_m^s, \quad \frac{R_m^p}{D_m^p} = A_m^p, \quad m = 0, 1, 2 \dots n, \end{array} \right.$$

wobei $D_0' = E_0$ gesetzt ist, so kann man beide Gleichungssysteme (4) und (7) in der gemeinschaftlichen Form schreiben:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + A_0^p}{1 - A_0^p} = \frac{1 + r_{0,1}^p}{1 - r_{0,1}^p} \cdot \frac{1 + A_1^p}{1 - A_1^p}, \\ \frac{1 + A_1^p e^{\frac{2i}{\tau} \pi_1 l_1}}{1 - A_1^p e^{\frac{2i}{\tau} \pi_1 l_1}} = \frac{1 + r_{1,2}^p}{1 - r_{1,2}^p} \cdot \frac{1 + A_2^p}{1 - A_2^p}, \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

$$(9) \quad \frac{1 + A_n^v e^{\frac{2i}{r_n} \pi_n l_n}}{1 - A_n^v e^{\frac{2i}{r_n} \pi_n l_n}} = \frac{1 + r_{n,n+1}^v}{1 - r_{n,n+1}^v},$$

wo der Index v beliebig p oder s sein kann.

Die $r_{m,m+1}$ haben, falls alle Medien durchsichtig sind, die Bedeutung der Schwächungscoefficienten des Lichtes, wenn es an der Grenze der Medien m und $m+1$ unter dem Winkel, dessen Sinus den Werth $\mu/\sqrt{\mu^2 + \pi_m^2}$ hat, reflectirt wird. Für absorbirende Medien, wo r complex ist, ist dies in übertragener Bedeutung zu verstehen, der Modul von r ist der eigentliche Schwächungscoefficient, das Argument ist die bei der Reflexion eintretende Verzögerung.

Will man nur die im Medium 0 reflectirte Amplitude (und Verzögerung) erfahren, so kommt es nur auf Kenntniss von A_0 , d. h. Elimination der A_1, A_2, \dots, A_n aus den $n+1$ Gleichungen (9) an.

Diese Elimination ist in jedem Falle, von der letzteren der Gleichungen anfangend, leicht auszuführen. Es hat kein wesentliches Interesse, den Ausdruck explicit hier zu entwickeln, da er zu verwickelt ist, um allgemeine Folgerungen daraus zu ziehen. Jedenfalls ist die Aufgabe als gelöst anzusehen, da A_0 , d. h. die bei der Reflexion an den n Schichten eintretende Schwächung und Verzögerung als Function der Constanten $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ und μ , die als gegeben anzusehen sind, zu berechnen ist.

Die Formeln umfassen auch die Fälle, wo einige der n Schichten durchsichtig sind, und wo an ihnen Totalreflexion eintritt. Die entsprechenden π_m sind in diesem Falle imaginär.

Continuirlicher Uebergang des einen Mediums in das andere. — Es sollen jetzt die Formeln (9) auf den Fall angewandt werden, dass das Medium 0 continuirlich durch die Vermittelung der Medien 1, 2, . . . n in das Medium $n+1$ übergeht.

Wir setzen demnach:

$$\begin{aligned} l_1 &= l_2 = \dots = l_n = dl, \\ \alpha_{m+1} &= \alpha_m + d\alpha_m, \quad \pi_{m+1} = \pi_m + d\pi_m, \\ A_{m+1} &= A_m + dA_m. \end{aligned}$$

Nach (8) ist dann:

$$(10) \quad r_{m, m+1}^s = -\frac{d(\alpha_m \pi_m)}{2 \alpha_m \pi_m} = dr_m^s, \quad r_{m, m+1}^p = -\frac{d\pi_m}{2 \pi_m} = dr_m^p.$$

Lässt man die oberen und unteren Indices nun fort, so erhält man aus (9) sofort die Differentialgleichung:

$$(11) \quad + \frac{dA}{1-A^2} - \frac{2i}{r} \pi dl \frac{A}{1-A^2} + dr = 0.$$

Dabei bestehen die Grenzbedingungen:

$$A = A_0 \quad \text{für } l = 0,$$

$$A = 0 \quad \text{für } l = L,$$

falls L die Dicke der Schicht bezeichnet, innerhalb deren α variirt, und falls auf diese keine andere optisch unterschiedene Schicht folgt.

Es sollen hier nur die Fälle betrachtet werden, wo die Aenderung der optischen Constanten mit der Dicke des Zwischenmediums sehr rasch erfolgt, was bei natürlichen Oberflächenschichten jedenfalls stattfindet.

Es ist demnach $(\pi/r)dl$ klein gegen dr , und es ist gestattet, in dem mit dl behafteten Gliede denjenigen Näherungswerth \bar{A} für A einzusetzen, den man aus (11) erhält, wenn man dort $dl = 0$ setzt.

Die Gleichung lässt sich sofort integrieren und liefert mit Berücksichtigung der Grenzbedingungen:

$$-\frac{1}{2} \log \text{nat} \frac{1+A_0}{1-A_0} + \int_0^L dr = 0.$$

Da nach (10) ist:

$$dr^s = -\frac{1}{2} d \log \text{nat} (\alpha \pi), \quad dr^p = -\frac{1}{2} d \log \text{nat} \pi,$$

so ergibt sich:

$$(12) \quad \bar{A}_0^s = \frac{\alpha_0 \pi_0 - \alpha' \pi'}{\alpha_0 \pi_0 + \alpha' \pi'}, \quad \bar{A}_0^p = \frac{\pi_0 - \pi'}{\pi_0 + \pi'},$$

wenn α' , π' die Werthe von α und π im zweiten Medium bedeuten, welche es in grösserem Abstand von der Grenze besitzt.

Diese Näherungswerthe von A sind also diejenigen, die man bei einem plötzlichen Uebergange des einen Mediums in das andere erhält.

Nach Einsetzen der Näherungswerthe (12) in den Factor von dl in (11) erhält man durch Integration:

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1 + A_0^s}{1 - A_0^s} &= \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha' \pi'} e^{\frac{i}{\pi} \int_0^L dl \frac{\alpha'^2 \pi'^2 - \alpha^2 \pi^2}{\alpha \alpha' \pi \pi'}} \\ \frac{1 + A_0^p}{1 - A_0^p} &= \frac{\pi_0}{\pi'} e^{\frac{i}{\pi} \int_0^L dl \frac{\pi'^2 - \pi^2}{\pi'}} \end{aligned} \right.$$

Benutzt man die Relationen:

$$\mu^2 + \pi'^2 = \frac{1}{\alpha}, \quad \mu^2 + \pi^2 = \frac{1}{\alpha'},$$

so lässt sich (13) schreiben:

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1 + A_0^s}{1 - A_0^s} &= \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha' \pi'} e^{\frac{i}{\pi} \frac{1}{\pi'} \int_0^L dl \left(\frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{\alpha} \right) (\mu^2 (\alpha + \alpha') - 1)}, \\ \frac{1 + A_0^p}{1 - A_0^p} &= \frac{\pi_0}{\pi'} e^{\frac{i}{\pi} \frac{1}{\pi'} \int_0^L dl \left(\frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{\alpha} \right)} \end{aligned} \right.$$

Allgemeinste Oberflächenschichten. — Die zuletzt gefundenen Resultate können auch ohne Zuhülfenahme einer Differentialgleichung abgeleitet werden. Zugleich soll die Voraussetzung, dass die optischen Constanten der m ten Schicht sich nur unendlich wenig von denen der vorangehenden unterscheiden sollen, fallen gelassen werden und ein System von Grenzsichten vorausgesetzt werden, welches ausser stetigen Uebergängen auch beliebig viele Discontinuitäten aufzuweisen hat.

Dabei soll aber die Dicke des ganzen Systems eine gegen die Wellenlänge λ kleine Grösse sein, sodass das Quadrat der Dicke gegen λ^2 zu vernachlässigen ist.

Dies ist offenbar die allgemeinste Vorstellung, die man sich von einer Oberflächenschicht bilden kann.

Eine solche kann man sich zerlegt denken in ein System von n -Schichten der Dicken $dl_1, dl_2 \dots dl_n$, in welchen die optische Natur constant ist.

Das Formelsystem (9) liefert, wenn man den oberen Index ν fortlässt, nach $dl_1, dl_2 \dots$ entwickelt und deren Quadrate fortlässt, die Gleichungen:

$$(9') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + A_0}{1 - A_0} = \frac{1 + r_{0,1}}{1 - r_{0,1}} \cdot \frac{1 + A_1}{1 - A_1}, \\ \frac{1 + A_1}{1 - A_1} \left(1 + \frac{4i}{\epsilon} \pi_1 dl_1 \frac{A_1}{1 - A_1^2} \right) = \frac{1 + r_{1,2}}{1 - r_{1,2}} \cdot \frac{1 + A_2}{1 - A_2}, \\ \dots \dots \dots \frac{1 + A_n}{1 - A_n} \left(1 + \frac{4i}{\epsilon} \pi_n dl_n \frac{A_n}{1 - A_n^2} \right) = \frac{1 + r_{n,n+1}}{1 - r_{n,n+1}}. \end{array} \right.$$

Hierbei ist es gestattet, in den mit dl_m behafteten Gliedern für A_m diejenigen Näherungswerthe \bar{A}_m einzuführen, welche aus (9') erhalten werden, wenn man dort alle $dl_m = 0$ setzt. Man erhält aus (9') für die \bar{A}_m die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \bar{A}_0}{1 - \bar{A}_0} &= \frac{1 + r_{0,1}}{1 - r_{0,1}} \cdot \frac{1 + \bar{A}_1}{1 - \bar{A}_1}, \\ \frac{1 + \bar{A}_1}{1 - \bar{A}_1} &= \frac{1 + r_{1,2}}{1 - r_{1,2}} \cdot \frac{1 + \bar{A}_2}{1 - \bar{A}_2}, \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{1 + \bar{A}_m}{1 - \bar{A}_m} &= \frac{1 + r_{m,m+1}}{1 - r_{m,m+1}} \cdot \frac{1 + \bar{A}_{m+1}}{1 - \bar{A}_{m+1}}, \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{1 + \bar{A}_n}{1 - \bar{A}_n} &= \frac{1 + r_{n,n+1}}{1 - r_{n,n+1}}. \end{aligned}$$

Durch Multiplication der $n + 1 - m$ letzten Gleichungen erhält man, da nach (8) ist:

$$\begin{aligned} \frac{1 + r_{m,m+1}}{1 - r_{m,m+1}} \cdot \frac{1 + r_{m+1,m+2}}{1 - r_{m+1,m+2}} \dots \frac{1 + r_{n,n+1}}{1 - r_{n,n+1}} &= \frac{1 + r_{m,n}}{1 - r_{m,n}}, \\ \frac{1 + \bar{A}_m}{1 - \bar{A}_m} = \frac{1 + r_{m,n}}{1 - r_{m,n}}, \quad \text{folglich:} \quad \frac{4 \bar{A}_m}{1 - \bar{A}_m^2} &= \frac{4 r_{m,n}}{1 - r_{m,n}^2}. \end{aligned}$$

Durch Multiplication der Gleichungen (9') erhält man daher, wenn man die Werthe für $r_{m,n}^s$ und $r_{m,n}^p$ aus (8) einführt und $\alpha_{n+1} = \alpha'$, $\pi_{n+1} = \pi'$ setzt:

$$(13') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + A_o^s}{1 - A_o^s} = \frac{\alpha_o \pi_o}{\alpha' \pi'} \left(1 + \frac{i}{\epsilon} \sum_0^n dl_m \frac{\alpha'^2 \pi'^2 - \alpha_m^2 \pi_m^2}{\alpha_m \alpha' \pi'} \right), \\ \frac{1 + A_o^p}{1 - A_o^p} = \frac{\pi_o}{\pi'} \left(1 + \frac{i}{\epsilon} \sum_0^n dl_m \frac{\pi'^2 - \pi_m^2}{\pi'} \right). \end{array} \right.$$

Für continuirlichen Uebergang erhält man so die früheren Formeln (13). Zugleich definiren die hier gewonnenen

Formeln die Bedeutung der in (13) auftretenden Integrale, falls innerhalb der Integrationsgrenzen beliebig viele Discontinuitäten liegen.

Im Folgenden soll wieder an Stelle des Zeichens Σ das Zeichen f gesetzt werden.

Nennt man die wirklich stattfindenden absoluten Verzögerungen und Schwächungsverhältnisse A^s , A^p und ϱ^s , ϱ^p , d. h. setzt man:

$$A_o^s = \varrho_s e^{iA_s}, \quad A_o^p = \varrho_p e^{iA_p},$$

bezeichnet man ferner die Werthe von φ und A , die eintreten würden, falls keine Oberflächenschicht vorhanden wäre, mit $\bar{\varphi}$ und \bar{A} , setzt man schliesslich:

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{i\pi'} \int_0^L dl \frac{\alpha'^2 \pi'^2 - \alpha^2 \pi^2}{\alpha \alpha'} = \delta_s + i\delta_s', \\ \frac{1}{i\pi'} \int_0^L dl (\pi'^2 - \pi^2) = \delta_p + i\delta_p', \end{array} \right.$$

so nehmen die Gleichungen (13) die Form an:

$$\frac{1 + \varrho_v e^{iA_v}}{1 - \varrho_v e^{iA_v}} = \frac{1 + \bar{\varrho}_v e^{i\bar{A}_v}}{1 - \bar{\varrho}_v e^{i\bar{A}_v}} e^{i(\delta_v + i\delta_v')}. \quad v = s, p.$$

δ_v und δ_v' sind kleine Grössen, deren Quadrat man gegen Eins vernachlässigen kann. Man erhält so aus der letzten Gleichung, wenn man $\bar{\varrho}_v = \text{tg } \bar{\psi}_v$ setzt:

$$(16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varrho_v e^{iA_v} = \bar{\varrho}_v e^{i\bar{A}_v} \left(1 + (i\delta_v - \delta_v') \left(\frac{\cos \bar{A}_v}{\text{tg } 2\bar{\psi}_v} - \frac{i \sin \bar{A}_v}{\sin 2\bar{\psi}_v} \right) \right), \\ \text{d. h. } \varrho_v = \bar{\varrho}_v \left(1 + \delta_v \frac{\sin \bar{A}_v}{\sin 2\bar{\psi}_v} - \delta_v' \frac{\cos \bar{A}_v}{\text{tg } 2\bar{\psi}_v} \right), \\ A_v = \bar{A}_v + \delta_v \frac{\cos \bar{A}_v}{\text{tg } 2\bar{\psi}_v} + \delta_v' \frac{\sin \bar{A}_v}{\sin 2\bar{\psi}_v}. \end{array} \right.$$

Bei durchsichtigen Medien ist bei gewöhnlicher Reflexion α , α' , π , π' reell, daher $\delta_v' = 0$. Ferner ist $\bar{A}_v = 0$, d. h. (16) ergibt:

$$(17) \quad \varrho_v = \bar{\varrho}_v, \quad A_v = \frac{\delta_v}{\text{tg } 2\bar{\psi}_v}.$$

Es ist also ϱ von der Uebergangsschicht in erster Ordnung unabhängig.

Es erklärt sich so, dass die Experimente über die absoluten Intensitäten des reflectirten Lichtes völlige Uebereinstimmung mit der Theorie ergeben.

Ist $\psi_v = 0$, d. h. für den Polarisationswinkel, so sind die Formeln (17) nicht gültig. Aus (16) folgt leicht in diesem Falle:

$$\Delta = \frac{\pi}{2}, \quad \varrho = \frac{1}{2}\delta_v.$$

Die Behauptung des Hrn. Voigt¹⁾, dass das Zusammenfallen von Polarisationswinkel und Haupteinfallswinkel kein Kriterium für ein Fehlen von Oberflächenschichten bietet, welche l. c. für eine specielle Annahme über die Constitution der Oberflächenschicht bewiesen war, ist somit auch für die allgemeinste durchsichtige Oberflächenschicht gerechtfertigt.²⁾

Da $\operatorname{tg} 2\psi_v$ stets viel kleiner als $\operatorname{tg} 2\psi_p$ ist, so lehrt Formel (17), dass Δ_v stets weit grösser, als Δ_p sei. Dies stimmt mit allen bis jetzt gemachten Beobachtungen überein.

Die Formeln (15) und (14) lehren, dass δ_v das Zeichen wechselt, je nachdem $1/\alpha' - 1/\alpha \geq 0$ ist. So ist auch die Verschiedenheit des Vorzeichens der von Jamin entdeckten elliptischen Reflexion durchsichtiger Körper erklärt, da es je nach dem Brechungsexponenten der Oberflächenschicht wechselt.³⁾

1) W. Voigt, Wied. Ann. 31. p. 329. 1887.

2) Dies Resultat ist plausibel, weil die Wirkung einer allgemeinen Oberflächenschicht sich stets durch die einer Schicht derselben Dicke ersetzen lässt, deren optische Natur constant ist, und deren optische Constanten gewisse Mittelwerthe der der allgemeinen Oberflächenschicht sind; denn die Integrale lassen sich als Mittelwerthe auffassen. Diese sind aber in den drei Fällen s , p und $s:p$, ja sogar bei s für verschiedene Einfallswinkel verschieden; bezeichnet man die ersetzenden optischen Constanten durch einen horizontalen oberen Strich, so gilt:

$$\text{für Fall I: } L \left[\frac{1 - \mu^2 \alpha'}{\alpha} + \frac{\mu^2}{\alpha'} \right] = (1 - \mu^2 \alpha'^2) \int_0^L \frac{dl}{\alpha} + \frac{\mu^2}{\alpha'} \int_0^L dl \alpha,$$

$$\text{für Fall II: } \frac{L}{\alpha} = \int_0^L \frac{dl}{\alpha},$$

$$\text{für Fall III: } L \left[\alpha - \frac{\alpha' \alpha_0}{\alpha} \right] = \int_0^L \left(\alpha - \frac{\alpha' \alpha_0}{\alpha} \right) dl.$$

3) Das Nähere hierüber s. W. Voigt, Wied. Ann. 23. p. 121. 1884.

Für Totalreflexion der durchsichtigen Körper ist α, α', π reell, π' imaginär. Daher $\delta = 0$. So folgt:

$$\varrho_v = \overline{\varrho_v} = 1, \quad \Delta_v = \overline{\Delta_v} + \delta_v' \sin \overline{\Delta_v},$$

d. h. auch hier wird nur Δ durch die Uebergangsschicht beeinflusst.

Wir wenden uns wieder zum allgemeinen Fall.

Für die weitere Discussion ist es nothwendig, A_o aus den Gleichungen (13) zu bilden. Man erhält aus ihnen mit Rücksicht darauf, dass L eine kleine Grösse ist, deren Quadrat zu vernachlässigen ist:

$$(18) \left\{ \begin{aligned} A_o^s &= \frac{R_o^s}{E^s} = \frac{\alpha_o \pi_o - \alpha' \pi'}{\alpha_o \pi_o + \alpha' \pi'} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \cdot \frac{\alpha_o \pi_o}{\alpha_o^2 \pi_o^2 - \alpha'^2 \pi'^2} \int_0^L \frac{\alpha'^2 \pi'^2 - \alpha^2 \pi^2}{\alpha} dl \right), \\ A_o^p &= \frac{R_o^p}{E^p} = \frac{\pi_o - \pi'}{\pi_o + \pi'} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \cdot \frac{\pi_o}{\pi_o^2 - \pi'^2} \int_0^L (\pi'^2 - \pi^2) dl \right). \end{aligned} \right.$$

Mit Benutzung der Relationen (2) wird dies zu:

$$(19) \left\{ \begin{aligned} A_o^s &= \frac{\alpha_o \pi_o - \alpha' \pi'}{\alpha_o \pi_o + \alpha' \pi'} \left(1 - \frac{2i}{\pi} \pi_o \int_0^L \frac{\alpha_o}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha_o - \alpha'} \cdot \frac{1 - \mu^2 (\alpha + \alpha')}{1 - \mu^2 (\alpha_o + \alpha')} dl \right), \\ A_o^p &= \frac{\pi_o - \pi'}{\pi_o + \pi'} \left(1 - \frac{2i}{\pi} \pi_o \int_0^L \frac{\alpha_o}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha_o - \alpha'} dl \right). \end{aligned} \right.$$

Ist $E^s = E^p$, d. h. ist das einfallende Licht linear unter dem Azimuth 45° polarisirt, so wird:

$$\frac{R_o^s}{R_o^p} = \frac{\alpha_o \pi_o - \alpha' \pi'}{\alpha_o \pi_o + \alpha' \pi'} \cdot \frac{\pi_o + \pi'}{\pi_o - \pi'} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \pi_o \mu^2 \int_0^L \frac{\alpha_o}{\alpha} \cdot \frac{(\alpha - \alpha')(\alpha - \alpha_o)}{(\alpha_o - \alpha')((1 - \mu^2)(\alpha_o + \alpha'))} dl \right),$$

oder mit Benutzung von (2):

$$(20) \frac{R_o^s}{R_o^p} = \frac{\mu^2 - \pi_o \pi'}{\mu^2 + \pi_o \pi'} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \frac{\alpha_o}{\alpha_o - \alpha'} \cdot \frac{\pi_o \mu^2}{1 - \mu^2 (\alpha_o + \alpha')} \int_0^L \frac{(\alpha - \alpha')(\alpha - \alpha_o)}{\alpha} dl \right).$$

Hieraus ergibt sich, da $\mu^4 - \pi_o^2 \pi'^2 = \mu^2 (\alpha_o + \alpha') - 1$ ist:

$$(21) \frac{1 + \frac{R_o^s}{R_o^p}}{1 - \frac{R_o^s}{R_o^p}} = \frac{\mu^2}{\pi_o \pi'} \left(1 - \frac{i}{\pi \cdot \pi' \alpha' (\alpha_o - \alpha')} \int_0^L \frac{(\alpha - \alpha')(\alpha - \alpha_o)}{\alpha} dl \right).$$

Aus Formel (18) und (20) folgt, dass, wenn α constant gleich α' ist, die Integrale über dl verschwinden. Dies muss ja auch eintreten, da in diesem Falle keine Uebergangsschicht vorhanden ist. Eine solche ist aber auch nicht vorhanden, wenn α constant gleich α_0 ist, und doch sehen wir, dass in diesem Falle nur in (20) das Integral über dl verschwindet, in den Formeln (18) nicht.

Dies rührt daher, dass A_0 in diesem Falle sich nicht auf die genaue Grenze der Medien o und $'$ bezieht, sondern auf eine um L entfernte Ebene. Will man es auf die Grenze beziehen, so muss man es mit dem Factor $e^{\frac{2i}{\pi} \pi_0 L}$ multipliciren. Man erhält dann in der That auch Ausdrücke, die L nicht enthalten. Dieses hat natürlich keinen Einfluss auf das Verhältniss der beiden Grössen A_0 , d. h. auf die relative Schwächung und Verzögerung, und daher verschwindet in Formel (20) für $\alpha = \alpha_0$ das Glied von der Ordnung L .

Elimination der Wirkung der Uebergangsschicht.
— Es sollen jetzt die aufgestellten Formeln für die bei der Reflexion eintretenden Schwächungen und Verzögerungen darauf hin untersucht werden, ob man sich durch gewisse Bedingungen des Experimentes vom Einfluss der Uebergangsschicht frei machen kann.

Wir wollen zunächst voraussetzen, dass das Licht anstatt im Medium o im Medium $'$ ein falle und an o reflectirt werde, und zwar sei der Einfallswinkel derjenige, der der Brechungswinkel zu dem früheren Einfallswinkel, falls das Licht in o einfällt, sei.

In diesem Falle seien die reflectirten Amplituden mit R' bezeichnet.

Die Bedingungen dieser Versuchsanordnung sind nur bei zwei durchsichtigen Medien zu erfüllen möglich. Für diese ist es sehr leicht, die Uebergangsschicht zu eliminiren; denn es ist nach Früherem ρ von ihr unabhängig. Ausserdem bestimmt man bei durchsichtigen Körpern die Brechungsexponenten genauer durch Brechung als durch Reflexion; die jetzt aufgestellten Formeln bieten sonach kein rein praktisches Interesse, bieten aber guten Anlass, die Theorie durch das Experiment zu prüfen.

Um die Werthe für R' zu erhalten, sind die Buchstaben mit dem unteren Index o und dem oberen $'$ gegenseitig zu vertauschen, ebenso die Grenzen in dem Integrale über dl .

Hierdurch würde aber erst der Werth des Verhältnisses R'/E an der Grenze des Mediums $'$ und der Uebergangsschicht erhalten werden. Will man ihn an derselben Grenzfläche ermitteln, auf den sich die früheren Formeln beziehen, nämlich an der Grenze des Mediums o und der Uebergangsschicht, so muss man noch den Factor $e^{-2i/\tau \cdot \pi' L}$ bei R^s und R^p hinzufügen (cf. p. 878).

Berücksichtigt man dies, so lassen sich durch Hineinziehen jenes Factors unter das Integralzeichen die Werthe für R' schreiben:

$$(22) \left\{ \begin{aligned} A^s &= \frac{R^s}{E^s} \\ &= -\frac{\alpha_o \pi_o - \alpha' \pi'}{\alpha_o \pi_o + \alpha' \pi'} \left(1 - \frac{2i}{\tau} \pi' \int_0^L \frac{\alpha_o}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha_o - \alpha'} \cdot \frac{1 - \mu^2 \left(\frac{\alpha \alpha'}{\alpha_o} + \alpha_o \right)}{1 - \mu^2 (\alpha_o + \alpha')} dl \right), \\ A^p &= \frac{R^p}{E^p} = -\frac{\pi_o - \pi'}{\pi_o + \pi'} \left(1 - \frac{2i}{\tau} \pi' \int_0^L \frac{\alpha_o}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha_o - \alpha'} dl \right), \end{aligned} \right.$$

und für $E^s = E^p$:

$$\frac{R^s}{R^p} = \frac{\mu^2 - \pi_o \pi'}{\mu^2 + \pi_o \pi'} \left(1 + \frac{2i}{\tau} \frac{\alpha'}{\alpha_o - \alpha'} \cdot \frac{\pi' \mu^2}{1 - \mu^2 (\alpha_o + \alpha')} \int_0^L \frac{(\alpha - \alpha')(\alpha - \alpha_o)}{a} dl \right).$$

Setzt man:

$$\frac{R^s}{E^p} = \varrho'^s e^{iA'^s}, \quad \frac{R^p}{E^p} = \varrho'^p e^{iA'^p}, \quad \frac{R^s}{R^p} = \varrho' e^{iA'},$$

so folgt aus den Formeln (19), (20) und (22) für durchsichtige Medien:

$$(23) \left\{ \begin{aligned} \varrho_o^s &= -\varrho'^s, & \varrho_o^p &= -\varrho'^p, & \varrho_o &= \varrho', \\ \frac{A_o^p}{A^p} &= \frac{\pi_o}{\pi'} = n \frac{\cos \varphi_o}{\cos \varphi'}, & \frac{A_o}{A} &= \frac{\alpha_o \pi_o}{\alpha' \pi'} = n^3 \frac{\cos \varphi_o}{\cos \varphi'}, \end{aligned} \right.$$

falls φ_o der Einfallswinkel im Medium o ,

φ' " " " " " " ,

μ der Brechungsindex vom letzteren gegen das erstere ist.

Es ergeben sich so Beziehungen, welche von der optischen Natur der Uebergangsschicht völlig unabhängig sind, und welche leicht experimentell geprüft werden können.

Bei absorbirenden Medien ist diese Anordnung des Versuches nicht möglich. Es sei das Medium o durchsichtig und das Medium $'$ absorbirend. Es ist dann zu berücksichtigen, dass in allen bis jetzt beobachteten Fällen α' klein gegen α_o ist¹⁾, sodass es in einem Correctionsgliede jedenfalls neben α_o vernachlässigt werden kann. Bezeichnet φ den Einfallswinkel, so ist:

$$(24) \quad \mu^2 = \frac{\sin^2 \varphi}{\alpha_o}.$$

In der Formel (14) ist daher α' in dem Factor $\mu^2(\alpha + \alpha') - 1$ fortzulassen. α variirt von α_o bis α' , ist also anfangs nicht klein. Für diese ersten Elemente hat nach (24) $\mu^2 \alpha$ die Bedeutung $\sin^2 \varphi$. Für kleine Einfallswinkel kann man daher auch α in jenem Factor fortlassen.

Man erhält so aus den Formeln (14) durch Multiplication die Gleichung:

$$(25) \quad \frac{1 + A_o^s}{1 - A_o^s} \cdot \frac{1 + A_o^p}{1 - A_o^p} = \frac{\alpha_o \pi_o^2}{\alpha' \pi'^2} = \frac{1 - \alpha_o \mu^2}{1 - \alpha' \mu^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{1 - \frac{\alpha'}{\alpha_o} \sin^2 \varphi},$$

d. h. einen von der Uebergangsschicht unabhängigen Ausdruck.

Es würde sich so ein Mittel bieten, durch Beobachtung der absoluten Schwächungen und Phasenverzögerungen der Reflexion über kleinem Einfallswinkel die eigentliche optische Constante α' des zweiten Mediums zu berechnen.

Indessen ist diese Methode unpraktisch, weil die Beobachtungen unter kleinen Einfallswinkeln ungenaue Resultate geben, und weil sich die absoluten Verzögerungen sehr schwer beobachten lassen.

Dagegen bietet die Beobachtung der relativen Verzögerung wenig Schwierigkeit, die weiteren Untersuchungen sollen daher an den Formeln (20) und (21) anknüpfen. Es wäre zu versuchen, ob sich der Einfluss der Uebergangsschicht durch Variiren des Einfallswinkels eliminiren liesse.

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 284. 1888 u. Wied. Ann. 36. p. 543. 1889.

Setzt man: $\varphi = \operatorname{tg} \psi$,
 $\sin A \operatorname{tg} 2\psi = \operatorname{tg} Q$, $\cos A \sin 2\psi = \cos P$, so ist¹⁾:

$$(26) \quad \frac{1 + \frac{R_o^s}{R_o^p}}{1 - \frac{R_o^s}{R_o^p}} = \frac{e^{iQ}}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} P}.$$

Der Einfluss des Einfallswinkels auf Reflexion an einem Medium, welches keine Uebergangsschicht besitzt, macht sich dann nach früheren Untersuchungen²⁾ so geltend, dass nahezu Q und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} P \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$ vom Einfallswinkel unabhängig sind. Dies wird dadurch begründet, dass:

$$\pi' = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\alpha_o} \sin^2 \varphi}$$

nahezu vom Einfallswinkel φ unabhängig ist.

Formel (21) lehrt nun, dass in dem von der Uebergangsschicht abhängigen Gliede der einzige Factor, der φ enthält, π' ist, sodass auch hier Q und S constante Werthe haben. *Durch Variation des Einfallswinkels kann man also den Einfluss der Uebergangsschicht nicht eliminiren. Hierdurch ist zugleich erklärt, warum die Beobachtungen an polirten Spiegeln mit der Theorie stets gestimmt haben.*

Die constanten Werthe von Q und S hängen aber von der Schicht ab. Es ist daher zu versuchen, wenn man an die Stelle des Mediums o ein Medium, welches gegen o den Brechungsindex n_o besitzt, setzt, den Einfluss der Schicht zu eliminiren, vorausgesetzt, dass letztere völlig unverändert bleibt.

Wird für μ der Werth aus Formel (24) eingeführt und werden die Verhältnisse α'/α und α/α_o jetzt einfach mit α' und α bezeichnet, d. h. setzt man α_o , also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Medium o gleich Eins, sodass $T = \lambda$ (Wellenlänge) ist, so wird nach (21) und (20), wenn im Correctionsgliede α' neben 1 vernachlässigt wird:

$$(27) \quad \frac{e^{iQ}}{S} = \frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{1 - \alpha' \sin^2 \varphi}} \left(1 + \frac{i2\pi}{\lambda \sqrt{\alpha'}} \int_0^L \frac{(1 - \alpha)(\alpha - \alpha')}{\alpha} dl \right).$$

Bezeichnet man die Werthe von Q und S , wenn das

1) P. Drude, Wied. Ann. 32, p. 615. 1887.

2) P. Drude, Gött. Nachr. 11, p. 285. 1888; Wied. Ann. 36, p. 544. 1889.

Medium o ersetzt wird durch ein solches, welches gegen ersteres den Brechungsexponenten n_o besitzt, mit Q_o und S_o , so ist an Stelle von α und α' zu setzen αn_o^2 , $\alpha' n_o^2$.

Demnach ist:

$$(28) \quad \frac{e^{iQ_o}}{S_o} = \frac{n_o \sqrt{\alpha'}}{\sqrt{1 - n_o^2 \alpha' \sin^2 \varphi}} \left(1 + \frac{i2\pi}{\lambda n_o \sqrt{\alpha'}} \int_0^L \frac{(1 - n_o^2 \alpha')(\alpha - \alpha')}{\alpha} dl \right).$$

Durch Division von (28) in (27) folgt:

$$(29) \quad S_o \cdot \frac{e^{i(Q-Q_o)}}{S} = \frac{\sqrt{1 - n_o^2 \alpha' \sin^2 \varphi}}{n_o \sqrt{1 - \alpha' \sin^2 \varphi}} \left(1 + \frac{i2\pi}{\lambda \sqrt{\alpha'}} \cdot \frac{n_o - 1}{n_o} \int_0^L \frac{(1 + n_o \alpha)(\alpha - \alpha')}{\alpha} dl \right).$$

Die Formel (29) lehrt, wie die für ein reines Metall bei kleinen Constanten α' gültige Formel¹⁾:

$$Q = Q_o, \quad S = n_o S_o$$

bei Vorhandensein einer Oberflächenschicht zu corrigiren ist.

In manchen Fällen, z. B. wo es sich um die Wirkung einer durch Poliren entstandenen künstlichen Oberflächenschicht handelt, wird man diese als durchsichtig, d. h. α als reell annehmen können. Macht man ausserdem die aus anderen Gründen²⁾ wahrscheinliche Voraussetzung, dass der Brechungsexponent der durchsichtigen Oberflächenschicht nicht sehr hoch sei, sodass er ungefähr dieselbe Grösse, wie bei den bis jetzt beobachteten durchsichtigen Medien besitze, so ist im Correctionsgliede auch α' neben α zu vernachlässigen.

Man erhält so, falls $(n_o^2 - 1)\alpha'$ neben Eins fortgelassen wird:

$$(30) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{e^{iQ}}{S} &= \frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{1 - \alpha' \sin^2 \varphi}} + \frac{i2\pi}{\lambda} \int_0^L (1 - \alpha) dl, \\ \frac{e^{iQ_o}}{S_o} &= \frac{n_o \sqrt{\alpha'}}{\sqrt{1 - n_o^2 \alpha' \sin^2 \varphi}} + \frac{i2\pi}{\lambda} \int_0^L (1 - n_o \alpha) dl, \\ \frac{S_o}{S} e^{i(Q-Q_o)} &= \frac{1}{n_o} \left[1 + \frac{i2\pi}{\lambda} \cdot \frac{n_o - 1}{n_o} S e^{-iQ} \int_0^L (1 + n_o \alpha) dl \right]. \end{aligned} \right.$$

1) Drude, Gött. Nachr. 11. p. 287. 1888. Wied. Ann. 36. p. 547. 1889.

2) Aus Jamin's Beobachtungen hat der Brechungsexponent der meisten Polirsichten ungefähr die Grösse 1,45.

Wenn man noch in einer dritten Flüssigkeit beobachtet, so kann man die beiden Unbekannten L und $\int_0^L \alpha \, dl$ eliminiren und ist so von der Oberflächenschicht frei. — Eine andere Methode wäre auch die, durch längeres Poliren nur L zu vergrößern, während α constant bleibt.

Aus der letzten der Formeln (30) folgt:

$$(31) \quad \begin{cases} \frac{n_o S_o}{S} = 1 + \sin Q \cdot S \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n_o - 1}{n_o} \int_0^L (1 + n_o \alpha) \, dl \\ Q - Q_o = \cos Q \cdot S \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n_o - 1}{n_o} \int_0^L (1 + n_o \alpha) \, dl. \end{cases}$$

Es ist also für $n_o > 1$: $Q > Q_o$, $n_o S_o > S$, da $Q = \arctg x$, wo x die Absorptionsconstante bezeichnet, stets positiv ist. — Die letzten Relationen können zur Prüfung dienen, ob die angewandte Flüssigkeit der hier gemachten Voraussetzung entspricht, die Oberflächenschicht nicht zu modificiren. Im allgemeinen scheint dies nicht der Fall zu sein, die Flüssigkeiten werden stets selbst natürliche Oberflächenschichten besitzen. — Ich hoffe an einer anderen Stelle meine hierüber angestellten Versuche ausführlicher angeben zu können, bemerke vorläufig nur, dass sich aus Beobachtungen von Kupfer in Luft, Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff und Cassiaöl stets $Q < Q_o$, $n_o S_o < S$ ergeben hat, sodass diese Flüssigkeiten in Berührung mit Kupfer nicht den gemachten Voraussetzungen entsprechen. — Ich halte daher die Reflexionsbeobachtungen in Flüssigkeiten, selbst wenn der Spiegel frei von einer Uebergangs- oder Oberflächenschicht wäre, zur Prüfung der Theorien der Metallreflexion nicht geeignet, da sich stets die Oberflächenschicht der Flüssigkeit geltend machen wird, wie ja schon die starke elliptische Reflexion der Flüssigkeiten an der Grenze von Luft zeigt.

Wir haben gesehen, dass es noch nicht gelungen ist, die Wirkung der Oberflächenschicht bei Metallen zu eliminiren, wenigstens durch alleinige Beobachtung der relativen Schwächungen und Verzögerungen. Es ist daher schon von Nutzen, dass man den Sinn festzustellen sucht, in welchem Δ und ψ

durch die Schicht verändert werden, da man dadurch wenigstens in Stand gesetzt ist, zu beurtheilen, wie ein Spiegel behandelt werden muss, um eine möglichst kleine Oberflächenschicht zu haben, und da man so entscheiden kann, welche von den berechneten Werthen für n und κ der Wahrheit am nächsten kommen.

Aus der ersten der Formel (30) folgt, wenn man die Werthe, welche Q und S annehmen, falls eine Oberflächenschicht fehlt, mit \bar{Q} und \bar{S} bezeichnet:

$$(32) \quad \frac{\cos Q}{S} = \frac{\cos \bar{Q}}{\bar{S}}, \quad \frac{\sin Q}{S} = \frac{\sin \bar{Q} + \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L (1 - \alpha) dl}{\bar{S}}.$$

Da nun ist¹⁾:

$$\frac{\cos Q}{S} = \frac{1}{n(1 + \kappa^2)}, \quad \frac{\sin Q}{S} = \frac{\kappa}{n(1 + \kappa^2)},$$

so lehrt Formel (32), dass der durch Beobachtungen aus Reflexion und Luft²⁾ gewonnene Werth von $n(1 + \kappa^2)$ nahezu richtig, dass dagegen κ zu gross, also n zu klein berechnet sein wird.

Aus Formel (20) folgt, wenn diejenigen relativen Schwächungen und Verzögerungen, die ohne Oberflächenschicht stattfinden würden, mit $\bar{\psi}$ und \bar{A} bezeichnet werden:

$$(33) \quad \operatorname{tg} \psi e^{i\delta} = \operatorname{tg} \bar{\psi} e^{i\bar{\delta}} \left(1 - \frac{4i\pi}{\lambda} \frac{\cos \varphi \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi - \alpha' + \alpha'^2 \sin^2 \varphi} \int_0^L \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) (\alpha - \alpha') dl \right).$$

Da α' klein ist, so ist es gestattet, $\alpha'^2 \sin^2 \varphi$ neben $\cos^2 \varphi - \alpha'$ fortzulassen.

Setzt man:

$$\alpha' = a_1 + ia'_1, \quad \alpha = a + ia',$$

und bezeichnet Brechungs- und Absorptionscoefficient der Oberflächenschicht mit n und κ , so ist³⁾:

$$a = \frac{1 - \kappa^2}{n^2(1 + \kappa^2)^2}, \quad a' = \frac{2\kappa}{n^2(1 + \kappa^2)^2}.$$

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 285. 1888. Wied. Ann. 36. p. 544. 1889.

2) Es ist dann jedenfalls $\alpha < 1$.

3) P. Drude, Wied. Ann. 32. p. 616. 1887.

Wir wollen voraussetzen, dass die Oberflächenschicht nur mässig absorbire, sodass κ^2 neben 1 zu vernachlässigen sei. Durch Trennung des Reellen und Imaginären gewinnt man dann aus Formel (33):

$$(34) \left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} \bar{\psi} \left[1 + \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{\cos \varphi \sin^2 \varphi}{(\cos^2 \varphi - a_1)^2 + a_1'^2} \right. \\ &\quad \cdot \int_0^L \left\{ a_1' (1 - n^2 a_1) \frac{n^2 - 1}{n^2} - 2 \kappa n^2 a_1'^2 \right. \\ &\quad \left. \left. - \left[\cos^2 \varphi - a_1 \right] \left[a_1' (n^2 - 1) + \frac{2\kappa}{n^2} (1 - a_1 n^4) \right] \right\} dl \right], \\ A &= A' - \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{\cos \varphi \sin^2 \varphi}{(\cos^2 \varphi - a_1)^2 + a_1'^2} \cdot \\ &\quad \cdot \int_0^L \left\{ \left[\cos^2 \varphi - a_1 \right] \left[(1 - n^2 a_1) \frac{n^2 - 1}{n^2} - 2 \kappa n^2 a_1' \right] \right. \\ &\quad \left. + a_1'^2 (n^2 - 1) + \frac{2\kappa a_1'}{n^2} (1 - a_1 n^4) \right\} dl. \end{aligned} \right.$$

Es ist a_1 bei stark absorbirenden Körpern, z. B. Metallen, entweder eine sehr kleine positive oder eine negative Zahl. Ferner ist, wenn man die Beobachtungen in Luft anstellt, sehr wahrscheinlich $n > 1$. Bei kleinem κ ist also:

$$(1 - n^2 a_1) \frac{n^2 - 1}{n^2} - 2 \kappa n^2 a_1' > 0,$$

$$a_1' (n^2 - 1) + \frac{2\kappa}{n^2} (1 - a_1 n^4) > 0.$$

Da a_1' stets positiv ist, $\cos^2 \varphi - a_1$ für nicht sehr grosse Einfallswinkel ebenfalls, so zeigt die letzte der Formeln (34), dass für diese A durch die Oberflächenschicht stets verkleinert wird.

Diejenige Behandlung eines stark absorbirenden Körpers, welche bei nicht sehr grossen ($< 70^\circ$) Einfallswinkeln die grösste relative Verzögerung ergibt, ist also als eine solche anzusehen, welche dem Körper die kleinste Oberflächenschicht belässt und die richtigsten Constanten n_1, κ_1 liefert.

Es sei daran erinnert, dass die Formeln stets für die in gewisser Weise willkürliche Annahme gelten, dass bei senkrechter Incidenz die relative Verzögerung den Werth π , bei streifender den Werth 0 besitzt.

Discussion der Wirkung einer durchsichtigen Oberflächenschicht. — Die Betrachtungen knüpfen an die Formeln (34) an. Es ist dort $x = 0$ zu setzen. Da aber $\operatorname{tg} \psi$ durch die Beobachtung nicht direct geliefert wird, sondern 2ψ , so soll die erste der Formeln (34) dementsprechend umgeformt werden. Dazu dient die Bemerkung, dass, wenn $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \bar{\psi}(1 + \delta)$ ist, 2ψ durch die Gleichung $2\psi = 2\bar{\psi} + \delta \sin 2\bar{\psi}$ gegeben wird.

Es soll ferner berücksichtigt werden, dass a_1 und a_1' kleine Zahlen sind, sodass $n^2 a_1$ neben 1 und $n^2 a_1'^2$ neben a_1 zu vernachlässigen sei.

Man erhält so aus (34):

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} 2\psi &= 2\bar{\psi} + \sin 2\bar{\psi} \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\cos q \sin^2 q a_1'}{(\cos^2 q - a_1)^2 + a_1'^2} \int_0^L (1 - n^2 \cos^2 q) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) dl, \\ A &= A' - \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\cos q \sin^2 q (\cos^2 q - a_1)}{(\cos^2 q - a_1)^2 + a_1'^2} \int_0^L \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) dl. \end{aligned} \right.$$

Dabei folgt aus (20), dass ist:

$$(36) \quad \sin 2\bar{\psi} = \frac{\sqrt{(a_1'^2 + a_1'^2)} \sin^4 q \operatorname{tg}^4 q - 2a_1 \sin^2 q \operatorname{tg}^2 q + 1}{\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} \sin^2 q \operatorname{tg}^2 q + 1}.$$

Bezeichnet man die durch das Vorhandensein der Oberflächenschicht erzeugten Zuwachse von $2\bar{\psi}$ und A mit $D2\psi$ und DA , so lehren die Formeln (35) sofort Folgendes:

Da a_1' klein gegen 1 ist, so ist für kleine Einfallswinkel DA weit grösser als $D2\psi$. Mit wachsendem Einfallswinkel wachsen DA und $D2\psi$ und für einen Einfallswinkel, dessen Cosinus von der Grössenordnung wie $\sqrt{a_1}$ ist, werden sie von der Ordnung $1/\sqrt{a_1}$, d. h. sie erreichen hier ihre Maxima und werden von gleicher Grössenordnung.

Für kleine Einfallswinkel ist $D2\psi$ sehr klein und negativ, für grössere ist es grösser und positiv, sodass im wesentlichen $D2\psi$ positiv ist. Der Verlauf von DA ist ein verschiedener, je nachdem $a_1 \geq 0$, d. h. $x_1 \leq 1$ ist. In ersterem Falle ist es für kleinere Einfallswinkel negativ, für $\cos^2 q = a_1$ ist es 0, für grössere Einfallswinkel positiv. Ist $a_1 < 0$, wie bei allen bis jetzt beobachteten Metallen, so ist DA stets negativ.

Für streifende und senkrechte Incidenz ist sowohl $D2\psi$ als $D\Delta$ gleich Null.

Es soll jetzt untersucht werden die Lage und Grösse eventueller Maxima von $D2\psi$ und $D\Delta$. In diesem Falle, da es sich, wie wir vorhin sahen, nur um grosse Einfallswinkel handelt, kann man die Formel (35) für $D2\psi$ einfacher schreiben, indem man $n^2 \cos^2 \varphi$ neben 1 fortlässt.

Aus (36) folgt nun:

$$(37) \quad \frac{d \sin 2\psi}{d\varphi} = 2 \frac{\sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} - 1}{(\sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} + 1)^2} \frac{(\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} + a_1)(1 + \cos^2 \varphi) \operatorname{tg}^2 \varphi}{\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} \sin^4 \varphi \operatorname{tg}^4 \varphi - 2a_1 \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi + 1}.$$

Berücksichtigt man dies, so folgen die Werthe von φ , für welche $D2\psi$ ein Maximum erreicht, aus der Gleichung:

$$2 \frac{(\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} + a_1)(1 + \cos^2 \varphi) \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi}{(a_1'^2 + a_1'^2) \sin^4 \varphi \operatorname{tg}^4 \varphi - 2a_1 \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi + 1} \frac{\sin^3 \varphi \operatorname{tg}^3 \varphi \sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} - 1}{\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} \sin^4 \varphi \operatorname{tg}^4 \varphi - 2a_1 \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi + 1} + \frac{[(\cos^2 \varphi - a_1)^2 + a_1'^2][2\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi] + 4\cos^2 \varphi \sin^2 \varphi (\cos^2 \varphi - a_1)}{(\cos^2 \varphi - a_1)^2 + a_1'^2} = 0.$$

Setzt man nun $\cos^2 \varphi = \delta$ und vernachlässigt δ und höhere Potenzen neben 1, so gewinnt man für δ die cubische Gleichung:

$$(38) \quad \delta^3 + \delta^2 \frac{\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} - 4a_1}{3} + \delta \frac{a_1'^2 + a_1'^2}{3} - \frac{1}{3} \sqrt{a_1'^2 + a_1'^2}^3 = 0.$$

Setzt man $\sqrt{a_1'^2 + a_1'^2} = b$, so kann man diese Gleichung in der Form schreiben:

$$(39) \quad (\delta^2 + \frac{1}{3}b^2)(\delta - a_1) + (\delta^2 - b^2) \frac{(b - a_1)}{3} = 0.$$

Ueber die Wurzeln dieser Gleichung kann man geometrischen Aufschluss erhalten, wenn man:

$$(\delta^2 + \frac{1}{3}b^2)(a_1 - \delta) = y, \quad \frac{1}{3}(b - a_1)(\delta^2 - b^2) = x$$

setzt und in ein Coordinatensystem, dessen Abscissenaxe die δ repräsentirt, die Werthe von y und x einträgt. Die Schnittpunkte der Curven x und y geben die Wurzeln. Es ist nun $b > a$, man erhält demnach Curven von der Gestalt, wie sie in Fig. 8 und Fig. 9 gegeben sind, d. h. stets und nur einen positiven Wurzelwerth δ , d. h. einen Einfallswinkel, für den $D2\psi$ ein Maximum erreicht. Die Wurzel δ muss zwischen a und b liegen.

Die Grösse dieses Maximums ist in derselben Annäherung, wie wir sie bisher benutzt, gegeben durch:

$$(40) \quad \overline{D}2\psi = C \cdot \frac{V\delta \cdot a_1}{V(a_1 - \delta)^2 + a_1'^2} \cdot \frac{1}{V a_1'^2 + a_1'^2 - \delta},$$

wo C eine reelle Constante bedeutet.

Aus der Formel (35) ergibt sich ferner die Lage der Maxima von $D\mathcal{A}$ durch Differentiation nach q . Setzt man $\cos^2 q = \varepsilon$, so erhält man in der angewandten Näherung für ε die cubische Gleichung:

$$(41) \quad \varepsilon^3 - a_1 \varepsilon^2 - (a_1'^2 + 3a_1'^2) \varepsilon + a_1 (a_1'^2 + a_1'^2) = 0.$$

Man kann sie in der Form schreiben:

$$(\varepsilon + a_1)(\varepsilon - a_1)^2 + a_1'^2(a_1 - 3\varepsilon) = 0.$$

Setzt man:

$$(\varepsilon + a_1)(\varepsilon - a_1)^2 = x, \quad a_1'^2(3\varepsilon - a_1) = y$$

und wendet die im Vorigen benutzte graphische Methode an, so erkennt man aus den Fig. 10 und 11, dass für $a_1 > 0$ zwei positive Wurzeln ε , für $a_1 < 0$ nur eine existirt. Im ersteren Falle erreicht also $D\mathcal{A}$ für zwei Einfallswinkel ein Maximum, resp. Minimum, im letzteren Falle nur für einen.

Die Grössen derselben werden gegeben durch:

$$(42) \quad \overline{D}\mathcal{A} = -C \cdot \frac{V\varepsilon(\varepsilon - a_1)}{(\varepsilon - a_1)^2 + a_1'^2}.$$

Vergleichung mit Beobachtungen. — Es können $D2\psi$ und $D\mathcal{A}$ beobachtet werden an solchen natürlichen Spaltungsflächen, die sich im Laufe der Zeit von selbst mit einer Oberflächenschicht, vielleicht durch Oxydation oder Adsorption von Gasen, bedecken. Es hat sich als wahrscheinlich herausgestellt¹⁾, dass frische natürliche Spaltungsflächen frei von einer Oberflächenschicht sind, sodass man also bei ihnen die ursprünglichen Werthe \overline{q} und $\overline{\mathcal{A}}$ kennt.

Ich habe früher²⁾ bei Mittheilung der Beobachtungen über Reflexion des Lichtes am Antimonglanz angegeben, in welcher Weise sich 2ψ und \mathcal{A} mit der Zeit änderten. Ich hatte damals diese Untersuchungen noch nicht angestellt und habe dort gesagt, dass sich diese Veränderungen erklären lassen durch Wachsen der Absorptionsconstanten α , während n

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 283. 1888 und Wied. Ann. 36. p. 542. 1889.

2) P. Drude, Wied. Ann. 34. p. 489. 1888.

constant bleibt. In der That erhält man dadurch dieselben Formeln für $D2\psi$ und $D\Delta$ wie hier. Diese Erklärung ist aber bedeutend weniger wahrscheinlich, als die hier gegebene. Bei allen absorbirenden Körpern nämlich, die ich bis jetzt beobachtet habe, ändert sich Δ nur in dem einen Sinne, es ist aber nicht einzusehen, weshalb nur auf κ ein Einfluss ausgeübt werden sollte und auf n nicht, und zwar nur in dem einen Sinne, dass κ vergrößert würde. Dagegen bietet die Annahme einer Oberflächenschicht von geringem Absorptionsvermögen nichts Unwahrscheinliches, sowohl für die Veränderungen, welche sich mit der Zeit von selbst vollziehen, als auch für künstliche durch Poliren hervorgerufene.

Selbst wenn das Absorptionsvermögen der Oberflächenschicht zu berücksichtigen wäre, so ändert sich nach dem p. 885 Gesagten Δ stets nur in einem Sinne, sodass die Erklärung jener Aenderungen durch Oberflächenschichten wohl ausser Zweifel steht. Das Gleiche gilt für die im I. Theil mitgetheilten Beobachtungen am Steinsalz und Bleiglanz.

Streng genommen sind die hier entwickelten Formeln deshalb nicht auf den Antimonglanz anwendbar, weil hier die Voraussetzung gemacht ist, dass das Medium isotrop sei. Indessen zeigen die Formeln (3) und (4) der eben citirten Abhandlung¹⁾, dass für grosse Einfallswinkel, mit denen wir es hier nur zu thun haben, die Gesetze der Reflexion in der ersten resp. zweiten Hauptlage annähernd die gleichen sind, als ob ein isotropes Medium mit den dort bezeichneten Constanten β resp. α reflectire. Dabei bezeichneten die Hauptlagen diejenigen Lagen der reflectirenden Krystallfläche, in denen ihre Symmetrieaxen parallel und senkrecht zur Einfallsebene standen. In beiden Fällen soll also in den hier abgeleiteten Formeln für $\alpha' = \alpha_1 + i\alpha_1'$, die dort gegebenen Werthe von β , resp. α substituirt werden.

Ueber die Grösse von $D\Delta$ und $D2\psi$ verweise ich auf die citirte Arbeit. Ich habe in Fig. 12 und 13 die Werthe graphisch dargestellt, die Figuren unterscheiden sich von den bei der früheren Arbeit gegebenen nur dadurch, dass auch $D\Delta$ in Geraden anstatt in Wellenlängen ausgedrückt ist. Die beobachteten Werthe sind durch \times und \odot markirt.

1) P. Drude, l. c. p. 516.

Ein Blick auf die Figuren 12 und 13 genügt, um die Resultate der Discussion der p. 886 aufs vollständigste bestätigt zu finden. Es gilt für beide Hauptlagen die Relation $a_1 > 0$. Hinsichtlich der Werthe von $D2\psi$ sei bemerkt, dass die Theorie für kleine Einfallswinkel negative Werthe verlangt, während sie in Fig. 12 und 13 Null sind. Indessen nach den Werthen der Tabellen VII und VIII der citirten Abhandlung¹⁾ hat in der That $D2\psi$ anfangs negative Werthe, bis ungefähr $\varphi = 50^\circ$, aber sie sind so klein, wie ja auch die Theorie verlangt, dass ich sie nicht für genügend sicher bestimmt halte und daher in den Figuren nicht angedeutet habe.

Aus Formel (35) folgen die Werthe von φ , für welche $D\Delta$ verschwindet, zu:

$$\varphi_1 = 77^\circ 30', \quad \varphi_2 = 79^\circ 0',$$

(die angehängten Indices sollen sich auf die erste, resp. zweite Hauptlage beziehen), nach (41) nimmt $D\Delta$ Maximalwerthe an für:

$$\varphi_1 = 75^\circ 0' \text{ und } 79^\circ 35', \quad \varphi_2 = 77^\circ 33' \text{ und } 80^\circ 13',$$

und erreicht in ihnen die Werthe (nach (12)):

$$D\Delta_1 = -C.0,72 \text{ und } +C.0,50; \quad D\Delta_2 = -C.1,21 \text{ und } +C.0,95.$$

Nach (38) nimmt 2ψ Maximalwerthe an für:

$$\varphi_1 = 77^\circ 15', \quad \varphi_2 = 78^\circ 55',$$

und zwar sind dieselben nach (40):

$$D2\psi_1 = C.0,22, \quad D2\psi_2 = C.0,26.$$

Alles, auch die relativen Verschiedenheiten der beiden Hauptlagen, findet sich in den Figuren 12 und 13 bestätigt, nur hinsichtlich der Grösse der Maximalwerthe kommen einige numerische Abweichungen vor, die aber unerheblich sind, und auf deren Grund ich nicht weiter eingehe.

Ich habe in letzter Zeit auch an natürlichen Spaltungsflächen von Tellurwismuth eine Veränderung mit der Zeit wahrgenommen. Bei ihm ist $\kappa > 1$, d. h. $a_1 < 0$, daher bieten diese Beobachtungen ein ergänzendes Beispiel zu dem vorigen.

Auf die Bestimmung der Constanten ist im Anhang

1) P. Drude, l. c. p. 504.

näher eingegangen. Aus den dort angegebenen Beobachtungen folgt:

$$a_1 = -0,0170, \quad a_1' = +0,0336.$$

Folgende Tabelle gibt die Differenzen von A und 2ψ , wie sie an einer Fläche sechs Tage nach der Spaltung beobachtet wurden, gegen die ursprünglichen Werthe derselben frischen Fläche:

φ	30°	35°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
$-D A$	49'	1° 25'	2° 38'	3° 51'	5° 4'	5° 59'	7° 12'	9° 12'
$D 2\psi$	-2'	-21'	-9'	-22'	7'	1° 0'	1° 30'	2° 4'

Diese Werthe sind in Fig. 14 dargestellt. Nach Formel (38) erreicht $D 2\psi$ sein Maximum für $\varphi = 79^\circ 43'$, nach (41) $D A$ für $\varphi = 77^\circ 35'$. Nach den Formeln (42) und (40) beträgt das Verhältniss der Werthe $D A : D 2\psi$ für $\varphi = 80^\circ$:

$$\left[\frac{D A}{D 2\psi} \right]_{\varphi=80} = 2,11.$$

Nach der Beobachtung müsste dies grösser sein, die Abweichung kann durch eine geringe Absorptionsfähigkeit der Oberflächenschicht erklärt werden; denn nach Formel (34) wird dadurch $D 2\psi$ verkleinert, $D A$ vergrößert. — Im übrigen stimmt der Verlauf der Curve der Fig. 14 völlig, mit dem für den Fall $a_1 < 0$ theoretisch sich ergebenden Resultat.

Ich habe schliesslich auch am Blei Veränderungen mit der Zeit beobachtet. Dieselben sind aber zu bedeutend, als dass man auch hier noch voraussetzen könnte, dass die Dicke der Oberflächenschicht gegen die Wellenlänge klein sei. Ich will hier nur bemerken, dass $D A$ und $D 2\psi$ ganz ähnlich verlaufen wie beim Tellurwismuth.

Für Blei ist $n = 1,78$, $nz = 3,15$, $z = 1,77$, d. h. $a_1 < 0$. Daher muss sich Blei analog wie ersteres Mineral verhalten. Auf die Bestimmung der hier angegebenen Constanten hoffe ich an einer anderen Stelle näher eingehen zu können.

Reflexion an einer einzigen homogenen dicken Schicht. — Dies Thema ist in einer Arbeit des Hrn. Voigt¹⁾ jüngst behandelt. Ich gebe die Resultate, obgleich dieser Fall nicht unter den der Oberflächenschichten zu rechnen

1) W. Voigt, Wied. Ann. 35. p. 76. 1888.

ist, da endliche Dicke angenommen wird, trotzdem hier noch einmal an, weil sie sich mit Leichtigkeit aus den aufgestellten Formeln ableiten lassen, und zwar durch Anwendung von zulässigen Vernachlässigungen in einer für die Rechnung höchst bequemen Form. Die Endresultate sind demnach nicht identisch mit den Voigt'schen, sind vielmehr als Annäherungen zu betrachten, die aber für Beobachtungen an absorbirenden Mitteln Gültigkeit besitzen. Ich hoffe, demnächst die Formeln praktisch verwerthen zu können.

Das Formelsystem (9) liefert, wenn nur eine Zwischenschicht vorhanden ist:

$$(43) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + A_0^v}{1 - A_0^v} = \frac{1 + r_{0,1}^v}{1 - r_{0,1}^v} \cdot \frac{1 + A_1^v}{1 - A_1^v}, \\ \frac{1 + A_1^v e^{\frac{2i}{\pi} n_1 l_1}}{1 - A_1^v e^{\frac{2i}{\pi} n_1 l_1}} = \frac{1 + r_{1,2}^v}{1 - r_{1,2}^v}, \quad r = s, p. \end{array} \right.$$

Hieraus folgt durch Elimination von A_1 :

$$(44) \quad A_0^v = \frac{R^v}{E^v} = \frac{r_{0,1}^v + r_{1,2}^v e^{-\frac{2i}{\pi} n_1 l_1}}{1 + r_{0,1}^v r_{1,2}^v e^{-\frac{2i}{\pi} n_1 l_1}}.$$

Diese Formel gilt noch völlig streng und umfasst alle Fälle, auch z. B. den dreier durchsichtigen Medien. In diesem Falle hat sie die bekannte Gestalt.¹⁾ Formel (44) zeigt somit, dass durch Einführung der complexen Schwächungsverhältnisse r die bekannte Formel auch auf absorbirende Medien auszudehnen ist.

Wir wollen nun die Annäherung eintreten lassen, dass α_1/α_0 und α_2/α_0 gegen 1 zu vernachlässigen seien. Dieser Fall bezieht sich demnach auf die Reflexion an einem Metall, welches von einem anderen Metall überdeckt ist. Es hat sich bis jetzt stets herausgestellt, dass, selbst wenn die Constante α des Metalls verhältnissmässig gross ist, d. h. S^2 klein (etwa gleich 10), die Unsicherheit der Beobachtungen grösser als die hierdurch bedingte Ungenauigkeit ist. Für durchsichtige Medien wäre allerdings

1) W. Voigt, l. c. p. 84.

jene Annahme unzulässig, da in diesem Falle $\alpha/\alpha_0 = 1/n^2$ ist wo n den Brechungsponenten bedeutet.

Nach den Formeln (8) wird so, falls α_1/α_0 und α_2/α_0 wieder mit α_1 und α_2 bezeichnet werden:

$$r_{01}^s = \frac{\cos \varphi - \sqrt{\alpha_1}}{\cos \varphi + \sqrt{\alpha_1}}, \quad r_{01}^p = \frac{\cos \varphi \sqrt{\alpha_1} - 1}{\cos \varphi \sqrt{\alpha_1} + 1},$$

$$r_{12}^s = \frac{\sqrt{\alpha_1} - \sqrt{\alpha_2}}{\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_2}}, \quad r_{12}^p = \frac{\sqrt{\alpha_2} - \sqrt{\alpha_1}}{\sqrt{\alpha_2} + \sqrt{\alpha_1}}.$$

Es ist also r_{12} vom Einfallswinkel unabhängig. Setzt man:

$$e^{-\frac{2i}{\lambda} n_1 l_1} \frac{\sqrt{\alpha_1} - \sqrt{\alpha_2}}{\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_2}} = e^{-2i \frac{l_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} \frac{\sqrt{\alpha_1} - \sqrt{\alpha_2}}{\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_2}}} = x,$$

so liefern die Formeln (43), da $r_{12}^s = -r_{12}^p$ ist:

$$(45) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + A_0^s}{1 - A_0^s} = \frac{1 + r_{0,1}^s}{1 - r_{0,1}^s} \cdot \frac{1 + x}{1 - x} = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\alpha_1}} \cdot \frac{1 + x}{1 - x}, \\ \frac{1 + A_0^p}{1 - A_0^p} = \frac{1 + r_{0,1}^p}{1 - r_{0,1}^p} \cdot \frac{1 - x}{1 + x} = \cos \varphi \sqrt{\alpha_1} \frac{1 + x}{1 - x} \cdot 1) \end{array} \right.$$

Setzt man:

$$\sin A_s \operatorname{tg} 2 \psi_s = \operatorname{tg} Q_s, \quad \sin A_p \operatorname{tg} 2 \psi_p = \operatorname{tg} Q_p,$$

$$\cos A_s \operatorname{tg} \sin 2 \psi_s = \cos P_s, \quad \cos A_p \sin 2 \psi_p = \cos P_p,$$

so wird (cf. p. 881 Formel (26)):

$$\frac{1 + A_0^s}{1 - A_0^s} = \frac{e^{iQ_s}}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} P_s}, \quad \frac{1 + A_0^p}{1 - A_0^p} = \frac{e^{iQ_p}}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} P_p}.$$

Nach Formel (45) sind also Q und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} P \cdot \cos \varphi$ constante, von φ unabhängige Grössen, gerade wie bei der einfachen Reflexion an einem Metall. Die Abhängigkeit dieser constanten Grössen von der Dicke l_1 der zwischenliegenden Metallschicht ergibt sich sofort, wenn man in dem in (45) auftretenden complexen Factor $(1+x)/(1-x)$ das Reelle und Imaginäre trennt.

Für die relativen Schwächungen und Verzögerungen gewinnt man aus (44) ebenso die Gleichung:

1) Durch Multiplication dieser beiden Gleichungen ergibt sich eine von beiden Metallen unabhängige Relation, cf. oben p. 880.

$$(46) \quad \left\{ \begin{array}{l} e^{iQ} \\ \operatorname{tg} \frac{1}{2} P \end{array} = \frac{1 + \frac{R_s}{R_p}}{1 - \frac{R_s}{R_p}} = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \sqrt{a_1 \frac{1-x}{1+x}} \right.$$

Hier ist P und Q analog defnirt wie bei den absoluten Schwächungen und Verzögerungen. Es sind also auch hier Q und $S = \operatorname{tg} \frac{1}{2} P \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$ constante, von φ unabhängige Grössen, analog wie wir oben p. 881 es für eine unendlich dünne, aber sonst ganz willkürliche Oberflächenschicht constatirt haben.

Die Abhängigkeit des Q und S von der Dicke l_1 ergibt sich auch hier in einfacher Weise durch den Factor $(1-x)/(1+x)$. Es ist dies zur Vergleichung mit der Beobachtung höchst geeignet, da Q und S als Mittelwerthe aus Beobachtungen für mehrere Einfallswinkel zu erhalten, und alle Rechnungsoperationen höchst einfach sind, genau so, wie bei der Reflexion an einem einzigen Metall.

Ich hoffe, demnächst Beobachtungen hierüber angeben zu können.

Der bequemen Uebersicht halber fasse ich die wichtigsten Resultate hier noch einmal kurz zusammen:

Unter Oberflächenschicht wird eine durchsichtige oder absorbirende Schicht verstanden, deren optische Constanten eine ganz beliebige stetige oder unstetige Function der Dicke sind, und deren Gesamtdicke gegen die Wellenlänge klein ist.

1) Für die Wirkung einer Oberflächenschicht auf die reflectirten Amplituden und Phasenverzögerungen ist eine Formel aufgestellt, sodass sich die Wirkung berechnen lässt, wenn man die optische Natur der Oberflächenschicht vollständig kennt.

2) Bei der gewöhnlichen sowohl wie der Totalreflexion an durchsichtigen Medien werden nur die Phasenverzögerungen durch eine (durchsichtige) Oberflächenschicht beeinflusst.

3) Bei absorbirenden Medien kann man durch Beobachtung beider absoluten Phasenverzögerungen und Schwächungen die Wirkung der Oberflächenschicht eliminiren. Durch alleinige Beobachtung der relativen Phasenverzögerung und Schwächung kann man dies nicht, weder durch Variation des Einfallswinkels, noch durch Beobachtung in verschiedenen Flüssigkeiten.

4) Setzt man fest, dass bei streifender Incidenz die relative Phasenverzögerung den Werth Null habe, so wird dieselbe bei absorbirenden Körpern für mässig grosse Einfallswinkel durch eine Oberflächenschicht stets verkleinert.

5) Die am Antimonglanz und Tellurwismuth beobachteten Aenderungen der relativen Phasenverzögerung und Schwächung mit der Zeit lassen sich vollständig durch die Wirkung einer durchsichtigen Oberflächenschicht erklären.

Anhang.

Bestimmung der optischen Constanten des Tellurwismuths. — Es wurde mir durch die Güte des Hrn. Prof. Dr. Liebisch ein Exemplar aus Deutsch-Pilsen in Ungarn von ca. $\frac{1}{4}$ qcm Grösse zur Verfügung gestellt, welches ausgezeichnet spaltete. Da aber die Flächen kleine Unebenheiten zeigten, so erwies sich homogenes Licht, selbst im Sauerstoffgebläse, als zu schwach, und es musste mit Sonnenlicht beobachtet werden. Es war dies zulässig, indem bei richtiger Einstellung ein dunkelvioletter Streifen im Gesichtsfelde erschien, der roth und blau gesäumt war. Die Beobachtungsmethode war sonst die frühere.

Das Tellurwismuth ist hexagonal, es spaltet nach der Basis. Es galt sonach für die optischen Constanten α und γ , welche sich auf die zur Hauptaxe senkrechte und parallele Richtung beziehen, die Formel¹⁾:

$$(47) \quad \frac{R_s}{R_p} = \frac{\sqrt{\alpha} \cos \varphi + \sqrt{1 - \alpha \sin^2 \varphi} \cdot \cos \varphi - \sqrt{\alpha} \sqrt{1 - \gamma \sin^2 \varphi}}{\sqrt{\alpha} \cos \varphi - \sqrt{1 - \alpha \sin^2 \varphi} \cdot \cos \varphi + \sqrt{\alpha} \sqrt{1 - \gamma \sin^2 \varphi}}.$$

Macht man wieder die durch die Beobachtung noch zu bestätigende Annahme, dass α und γ so klein seien, dass ihr Quadrat gegen 1 zu vernachlässigen sei, so wird:

$$(48) \quad \frac{1 + \frac{R_s}{R_p}}{1 - \frac{R_s}{R_p}} = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \sqrt{\alpha} \left(1 + \frac{1}{2}(\alpha - \gamma) + \frac{1}{2} \alpha \sin^2 \varphi \right).$$

Nach früher²⁾ gegebenen Formeln ist:

1) P. Drude, Wied. Ann. **32**. p. 619. 1887.

2) P. Drude, Wied. Ann. **32**. p. 615. 1887.

$$\frac{1 + \frac{R_s}{R_p}}{1 - \frac{R_s}{R_p}} = \frac{\cos 2\psi}{1 - \sin 2\psi \cos A} + i \frac{\sin 2\psi \sin A}{1 - \sin 2\psi \cos A} = \frac{e^{iQ}}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} P},$$

wo Q und P wie in dem I. Theil der „Oberflächenschichten“ definit sind, d. h.:

$$\sin A \operatorname{tg} 2\psi = \operatorname{tg} Q, \quad \cos A \sin 2\psi = \cos P.$$

In erster Annäherung, d. h. mit Vernachlässigung von α und γ gegen 1, stimmt also die Formel (48) mit der für Metalle gültigen¹⁾ überein, ob die durch Formel (48) gegebene zweite Annäherung durch die Genauigkeit der Beobachtungen zu erreichen möglich ist, hängt davon ab, ob sich in den beobachteten Q und S , wo $S = \operatorname{tg} \frac{1}{2} P \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$ ist, eine der Formel (48) entsprechende systematische Aenderung mit φ ergibt oder nicht. Im ersteren Falle kann man dann α in zweiter, γ in erster Näherung berechnen.

Folgende Tabelle enthält die Beobachtungsergebnisse:

φ	30°	35°	40°	45°	50°	55°
2ψ	86° 43'	85° 34'	83° 50'	82° 9'	79° 30'	77° 8'
$\pi - A$	5 14	7 28	10 18	13 31	17 34	22 38
$\log \operatorname{tg} Q$	0,1414	0,2243	0,2188	0,2292	0,2117	0,2266
$\log S$	0,7314	0,7243	0,7103	0,7128	0,7061	0,7071

φ	60°	65°	70°	75°	80°
2ψ	73° 52'	70° 20'	66° 4'	61° 1'	60° 36'
$\pi - A$	28 33	36 38	48 25	65 36	$\pi - 79° 12'$
$\log \operatorname{tg} Q$	0,2181	0,2227	0,2267	0,2156	0,2413
$\log S$	0,7124	0,7168	0,7175	0,7212	0,6755

Es zeigt sich keine systematische Aenderung von Q und S mit φ . Daher ist es nur möglich, $\sqrt{\alpha}$ oder vielmehr $\sqrt{\alpha}(1 + \frac{1}{2}(\alpha - \gamma))$ in erster Näherung zu berechnen. Dass die zweite Näherung nicht gelingt, liegt an der Grösse von S , d. h. der Kleinheit von α , sodass die p. 895 gemachte Annahme auch hier noch berechtigt ist.

Da es sich nur um die erste Näherung handelt, so ist $\frac{1}{2}(\alpha - \gamma)$ gegen 1 zu vernachlässigen, d. h. aus der berechneten Constanten $\sqrt{\alpha}$ findet man den Brechungs- und Absorptionscoefficienten n und κ gerechnet für eine Richtung senkrecht zur Hauptaxe.

1) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 284. 1888. Wied. Ann. 36. p. 543. 1889.

Nach den im I. Theil der „Oberflächenschichten“ gegebenen Formeln finden sich als Grenzwerte:

$$n_1 = 2.666 \quad n_2 = 2.716$$

$$n_1 x_1 = 4.440 \quad n_2 x_2 = 4.359$$

als wahre Werthe der Constanten des Tellurwismuths für weisses Licht:

$$n = 2,70; \quad nx = 4,39; \quad x = 1,63; \quad S^2 = 26,22.$$

Phys. Inst. zu Göttingen, December 1888.

IX. Ueber die Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur; von Julius Milthaler.

Einleitung.

Regnault¹⁾ fand nach der Mischungsmethode für die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers zwischen 0° und 100° den Werth 0,03332. Die Abhängigkeit derselben von der Temperatur suchte er nach der Erkaltungsmethode zu bestimmen; jedoch die Fehlerquellen dieser Methode bewirkten, dass die berechneten Zahlen zu klein wurden. Regnault²⁾ erhielt nämlich:

$$c_s^{10} = 0,0282, \quad c_{10}^{15} = 0,0283, \quad c_{15}^{20} = 0,0290;$$

wenigstens aber scheint aus diesen Zahlen zu folgen, dass die specifische Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur zunimmt. Ausgedehntere Untersuchungen in dieser Richtung wurden nach der Mischungsmethode von Dulong und Petit³⁾ angestellt. Sie fanden folgende Werthe:

$$c_0^{100} = 0,0330, \quad c_0^{300} = 0,0350,$$

d. h. nach ihren Messungen wächst die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers für 100° etwa um 3 Proc. Dagegen beobachtete Winkelmann⁴⁾ eine Abnahme der specifischen

1) Regnault, Pogg. Ann. 51. p. 237. 1840.

2) Regnault, Pogg. Ann. 62. p. 79. 1844.

3) Dulong u. Petit, Journ. de l'école polytechn. 11. p. 226. 1820.

4) Winkelmann, Pogg. Ann. 159. p. 152. 1876.

Wärme mit der Temperatur und gab dafür die Formel: die wahre specifische Wärme des Quecksilbers bei t^0 ist:

$$c_t = 0,0336 - 0,0_{\frac{5}{10}}69t,$$

also die mittlere zwischen 0^0 und t^0 :

$$c_0^t = 0,0336 - 0,0_{\frac{5}{10}}35t.$$

Pettersson¹⁾ bestreitet diese Aenderung, jedoch, wie mir scheint, mit Unrecht. Er giebt nämlich folgende Zahlen:

$$c_0^5 = 0,033\,266, \quad c_5^{16} = 0,033\,262, \quad c_5^{26} = 0,033\,300, \quad c_5^{36} = 0,033\,299.$$

Die grösste vorkommende Abweichung²⁾ beträgt in Proc. des Werthes c_0^5 angegeben nur 0,36 Proc.; nun sind die Beobachtungen nach seiner eigenen Angabe³⁾ bis auf 0,65 Proc. genau, also kann aus den obigen Zahlen nur geschlossen werden, dass bei einer Genauigkeitsgrenze von 0,65 Proc. die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers in dem Intervall von 0^0 bis 36^0 unveränderlich ist, und nicht, wie Pettersson will, dass dieselbe wenn auch nur in sehr geringem Maasse mit der Temperatur zunimmt.

Ich habe zur Entscheidung dieser Frage neue Versuche nach der Methode der Mischung angestellt. Die Arbeit zerfällt in zwei Theile: im ersten werde ich die Instrumente und Apparate, die ich gebraucht, beschreiben, insbesondere den neuen Erhitzungsapparat; im zweiten Theile werde ich untersuchen, bis zu welcher Genauigkeit ich die specifische Wärme beobachten kann, und die Resultate der Beobachtungen angeben.

I. Beschreibung der Apparate.

Die Bestimmung der specifischen Wärme des Quecksilbers geschah nach der Mischungsmethode: das Calorimeter enthielt Quecksilber von der Zimmertemperatur; in dieses wurde Quecksilber, welches auf Temperaturen zwischen 100^0 und 200^0 erhitzt war, geschüttet. Die Erhitzung des Quecksilbers erfolgte in einem neu construirten Apparat. Bei der Construction desselben waren hauptsächlich zwei Punkte im Auge zu behalten: einmal musste der Apparat die Erhitzung auf

1) Pettersson, Journ. f. prakt. Chem. N. F. 24. p. 146. 1881.

2) Pettersson, l. c. p. 147. Nr. V.

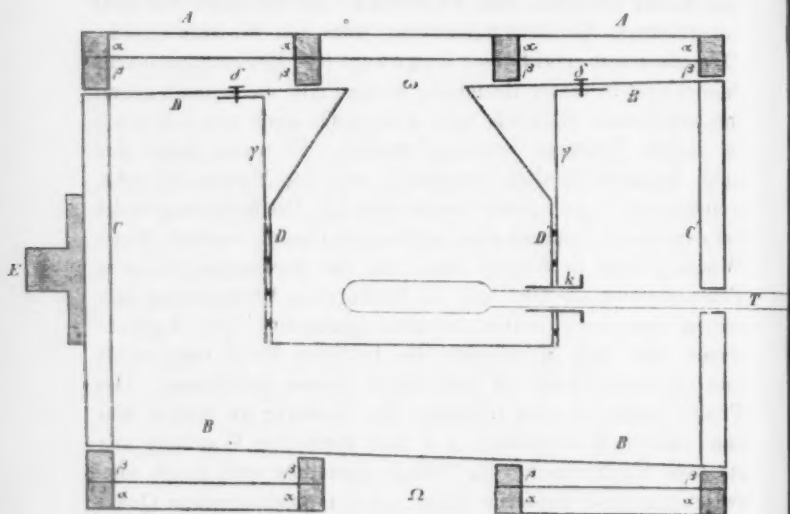
3) Pettersson, l. c. p. 143.

hohe Temperaturen, jedenfalls über 100° , gestatten, und es musste möglich sein, die Temperatur des erhitzten Quecksilbers willkürlich zu ändern; sodann musste der Apparat, um eine möglichst genaue Bestimmung der Erhitzungstemperatur zu sichern, so eingerichtet sein, dass der zu erhitzende Körper sich in einem von allen Seiten gleichmässig erwärmten Raum befindet, eine Forderung, die von allen bis jetzt construirten Erhitzungsapparaten nur der Neumann'sche Dampfapparat erfüllt. Der Regnault'sche Erhitzungsapparat dagegen ist in dieser Beziehung mangelhaft: die deshalb gegen ihn erhobenen Einwürfe sind neuerdings auch von Velten¹⁾ in vollem Umfange bestätigt worden. Es wurde daher der neue Apparat ähnlich construiert, wie der Neumann'sche, welcher von Pape²⁾ genau beschrieben ist. Die Erhitzung findet bei dem neuen Apparat aber nicht durch Dampf, sondern durch Wärmeleitung in Kupfer statt, was die Anwendung höherer Temperaturen als 100° und die willkürliche Veränderung derselben innerhalb weiter Grenzen gestattet. Der Apparat wurde von dem Mechaniker des Instituts Prill angefertigt und ist nachstehend in natürlicher Grösse gezeichnet. Die Theile desselben sind folgende: Ein äusserer an beiden Enden offener Hohlcyylinder *AA* mit doppelter Wandung aus starkem Kupferblech; die Wände desselben sind durch vier zwischengelegte kupferne Ringe *αα* von quadratischem Querschnitt verbunden. Im Innern des Hohlcyinders liegen genau innerhalb der Ringe *αα* vier fast ebenso dicke kupferne Ringe *ββ*. In dieselben hinein passt ein innerer Hohlcyylinder *BB*, welcher an einem Ende mit doppeltem Boden *C*, sonst aber mit einfacher Wandung versehen ist und in der Mitte seines Mantels eine ovale Oeffnung *ω* hat. Der Hohlcyylinder *BB* und die Ringe *ββ* sind schwach conisch geformt, damit beim Hineinschieben ein fester Schluss ermöglicht wird. Innerhalb dieses Hohlcyinders *BB* befindet sich das ebenfalls kupferne Aufnahmegefäss *DD'* des zu erhitzenden Quecksilbers. Dasselbe ist cylindrisch, doch ist ein Theil des Mantels aufgebogen und so geformt, dass er in die ovale Oeffnung *ω* hineinpasst. An die beiden Enden des Aufnahme-

1) Velten, Wied. Ann. 21. p. 37. 1884.

2) Pape, Pogg. Ann. 120. p. 351 1863.

gefäßes sind starke rechtwinklig gebogene Kupferstreifen $\gamma\gamma$ angenietet. Durch vier Schrauben $\delta\delta$, welche die Kupferstreifen $\gamma\gamma$ mit dem Cylindermantel BB verbinden, und deren Köpfe in denselben versenkt sind, um das Ineinanderschieben der beiden Hohlcyliner nicht zu hindern, wird das Aufnahmegefäß DD' im Innern des Hohlcyliners festgehalten.



Das eine Ende D' des Aufnahmegefäßes hat eine kreisförmige Oeffnung, durch welche das in einer Kupferhülse k mit Asbest dicht befestigte Stabthermometer T hineingesteckt wird. Der innere Hohlcyliner wird an seinem offenen Ende durch einen hineinschiebbaren Boden C mit doppelter Wandung, welcher mit einer Oeffnung für das Thermometer versehen ist, geschlossen; an dem anderen Ende C des Hohlcyliners befindet sich ein stabförmiger Ansatz E von quadratischem Durchschnitt, auf den eine Kurbel aus Messing aufgeschoben werden kann, mit welcher man den inneren Hohlcyliner um 180° dreht. Damit bei dieser Drehung das im Aufnahmegefäß befindliche Quecksilber in das darunter geschobene Calorimeter ausfließen kann, ist in den Mantel des äusseren doppelten Cyliners ein von unten bis nach der Mitte sich hinziehender

Ausschnitt Ω von etwa 90° gemacht worden, dessen Breite ein wenig mehr beträgt, als die der Oeffnung ω . Die Ringe $\beta\beta$ und der Theil des Cylindermantels BB , welcher von ihnen berührt wird, ist sorgfältig polirt und wurde ausserdem öfter mit angefeuchtetem Graphitstaub dünn bestrichen, um die Reibung bei der Drehung des inneren Cylinders möglichst zu verringern. Wenn derselbe dann mit Hülfe der Kurbel nicht zu schnell und ganz stetig gedreht wird, so findet bei dem Hineinfallen des erhitzten Quecksilbers in das Calorimeter absolut kein Herausspritzen von Quecksilbertropfchen statt. Um den äusseren Hohlcyylinder greifen zwei starke kupferne Arme, die sich zu einem 34 cm langen Kupferstabe mit quadratischem, 2 cm dickem Querschnitt vereinigen. Derselbe dient zur Zuleitung der Wärme und ist etwa in der Mitte und am Ende zwischen je zwei starken, etwa 2 cm breiten Eisenplatten, welche durch Schrauben zusammengehalten werden, befestigt. Zwischen die Eisenplatten und den Kupferstab sind starke Scheiben Asbest und ausserdem noch 1 cm dicke Schieferstücke gelegt. Dieselben haben den Zweck, die Nebenableitung der Wärme zu verhindern, und erfüllen denselben so gut, dass die Eisenplatten selbst bei den stärksten Erhitzungen des Kupferstabes nur mässig warm wurden. Die beiden unteren Eisenplatten haben je einen dicken, cylindrischen Fortsatz, welcher in je eine Klemme passt. Die beiden Klemmen sind auf Stativen, welche durch Schraubenzwingen auf dem Tisch festgehalten werden, verschiebbar. Diese Art der Aufstellung des Apparates bietet verschiedene Vorzüge: zunächst besitzt das System eine grosse Starrheit und Festigkeit, sodass auch bei mehrmaligem, schnellen Herumdrehen des inneren Hohlcyinders nicht die geringsten Schwankungen eintreten; sodann ist der Platz unter dem Erhitzungscyylinder vollkommen frei und gestattet ein bequemes Herunterschieben des Holzkastens, in dem sich das Calorimeter befindet; endlich kann der Kupferstab mit dem Hohlcyylinder verschieden hoch gestellt und dadurch die Fallhöhe des zu erhitzenden Körpers geändert werden. Da das Kupfer vom Quecksilber angegriffen wird, so durfte das Aufnahmegefäss nicht aus blankem Kupfer bestehen; es wurde daher vor dem Einsetzen in den inneren Hohlcyylinder

mit Salpetersäure, in der Kupfer aufgelöst ist, bestrichen und dann erhitzt; dadurch bildet sich eine mattschwarze Oxydschicht auf dem Kupfer, welche sich gegen Quecksilber nicht netzend verhält. Durch mehrmalige Anwendung des obigen Verfahrens konnte immer eine ganz gleichmässige Oxydschicht erzielt werden. In diesem Falle wurde das Kupfer auch nach einer Reihe von Versuchen, in denen das Quecksilber bis zu 200° erhitzt wurde, nicht angegriffen. Sollte durch Verletzung der Oxydschicht doch an einer Stelle Amalgamirung eintreten, so ist es leicht, durch Lösung der vier Schrauben $\delta\delta$ das Aufnahmegefäss aus dem inneren Cylinder herauszunehmen; durch Ausglühen das Quecksilber zu entfernen und eine neue, gleichmässige Oxydschicht herzustellen. Zur Erhitzung des im Aufnahmegefäss befindlichen Quecksilbers bis auf 150° genügte ein Bunsenbrenner, welcher unter dem Zuleitungsstabe etwa in der Mitte zwischen dem Hohlcyylinder und der ersten Befestigung stand. Zur Erzielung höherer Temperaturen waren zwei Bunsenbrenner nöthig: der eine behielt seine frühere Stelle bei, der andere war etwa in der Mitte zwischen beiden Befestigungen aufgestellt. Um von den Flammen den Luftzug abzuhalten, waren zu beiden Seiten der Zuleitungsstange dünne Bretter aufgestellt. Die Temperatur wurde durch Stellen des Gashahnes und für kleine Aenderungen durch Verschieben der Brenner unter dem Kupferstabe regulirt, und zwar so genau, dass bis auf einen Grad die gewünschte Erhitzungstemperatur erreicht werden konnte. Die Constanz der Temperatur trat nach einer Stunde ein, wenn man keine Aenderung an den Brennern während der Erhitzung vornahm, wurden dagegen die Brenner verschoben, oder der Gaszufluss geändert, so dauerte es $1\frac{1}{2}$ bis 2 Stunden. War Constanz eingetreten, so wurden bis unmittelbar vor dem Hineinwerfen des erhitzten Quecksilbers in das Calorimeter Temperaturablesungen von 2 zu 2 Minuten gemacht. Die folgenden Beobachtungen, welche ich ganz willkürlich herausgreife, werden zeigen, zwischen welch' engen Grenzen die Erhitzungstemperatur schwankte. (Vgl. hierzu die Tabelle der Beobachtungen im zweiten Theil.)

Beobachtung nach:	Nr. 2	Nr. 5	Nr. 8	Nr. 10	Nr. 15	Nr. 18	Nr. 21
0 Min.	183,3°	138,7°	179,2°	184,2°	126,5°	194,9°	127,1°
2 "	183,3	138,6	179,3	184,2	126,5	194,9	127,0
4 "	183,4	138,7	179,2	184,2	126,5	195,0	126,9
6 "	183,5	138,9	179,2	184,3	126,6	195,2	126,8
8 "	183,6	138,8	179,3	184,2	126,6	195,2	126,8
10 "	183,5	138,6	179,4	184,2	126,6	195,2	126,8

Diese Tabelle zeigt, dass innerhalb 10 Minuten die grösste Schwankung $0,8^{\circ}$, die kleinste $0,1^{\circ}$ beträgt; ferner, dass während zwei Minuten die grösste Schwankung $0,2^{\circ}$, die kleinste $0,0^{\circ}$ ist, ja dass in mehreren Fällen die Temperatur sogar innerhalb eines Zeitraumes von vier Minuten vollkommen constant blieb. Ausserdem beweisen diese Ergebnisse, dass es möglich ist, durch eine ähnliche Anordnung, wie bei dem obigen Apparat, nämlich durch Ineinanderschalten von kupfernen Kammern einen Raum herzustellen, in welchem die Temperatur während einiger Zeit mit grosser Genauigkeit constant bleibt, was für manche Zwecke, z. B. zur Vergleichung der Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer, besonders bei höheren Temperaturen, nöthig ist. Es scheint jedoch die Anwendung der vorzüglichen Wärmeleitung des Kupfers zur Construction von Apparaten nach der obigen Methode bis jetzt selten stattgefunden zu haben; am bekanntesten sind wohl die Versuche Fizeau's¹⁾ mit ähnlichen Apparaten über die Ausdehnung der Körper durch die Wärme, auf welche auch Maxwell in seinem Buch: „Theorie der Wärme“²⁾, hinweist.

Das Calorimeter ist ein cylindrisches Gefäss von 7 cm Durchmesser und 7,7 cm Höhe. Als Material wurde Kupfer gewählt, weil bei der guten Wärmeleitungsfähigkeit desselben anzunehmen ist, dass selbst in der kurzen Mischungszeit das ganze Gefäss die Maximumtemperatur angenommen hat, und daher der in die Rechnung einzuführende Quecksilberwerth des Calorimeters genau zu bestimmen ist. Da die specifische Wärme des Kupfers etwa dreimal so gross als die des Quecksilbers ist, so musste sehr dünnes Blech angewandt werden: das

1) Fizeau, Pogg. Ann. 119. p. 103 1863 und 128. p. 572. 1866.

2) Uebersetzt von Auerbach § 77.

von mir benutzte ist nur 0,13 mm dick, sodass das Calorimeter nur 31,51 g wiegt. Um dem Gefäss Festigkeit zu geben, wurde der obere Rand zweimal umgelegt, und ebenso der Boden rund herum mit einem Falz versehen. So wurde es möglich, mit Hülfe zweier kreuzförmig übereinander gelegter Stücke Gurtenbandes, welche als Trage dienten, das Calorimeter, trotzdem dasselbe durchschnittlich 3450 g Quecksilber enthielt (siehe die Tabelle im zweiten Theil), leicht zu hantiren. Bei den ersten Vorversuchen mit diesem Calorimeter zeigte sich eine unerwartete Erscheinung: es war schwierig, das Temperaturmaximum genau zu beobachten, weil der Anstieg der Temperatur und ebenso das Sinken derselben plötzlich und ruckweise erfolgte. Eine weitere Untersuchung dieser Erscheinung ergab, dass mehrere Temperaturmaxima entstanden: die Temperatur stieg sehr schnell an, um ebenso schnell bis zu einer gewissen Stelle zu fallen, dann erhob sie sich sehr langsam wieder bis zu einem zweiten Maximum und sank von da langsam und stetig; ausserdem war die Lage der Maxima und die Schnelligkeit des Anstieges von der Art des Rührens abhängig. Die Ursache für diese Unregelmässigkeiten sind jedenfalls Strömungen im Innern der Quecksilbermasse: das erhitzte Quecksilber fällt nämlich beim Hineinschütten nicht senkrecht in das Calorimeter hinab, sondern in schiefer Richtung genau auf das Thermometergefäss, sodass dasselbe zunächst mit heissem, dann mit kaltem Quecksilber und nach Ausgleichung der Temperatur wieder mit wärmerem in Berührung kommt. Um diese Strömungen vom Thermometer abzuhalten, wurde vor demselben in dem Calorimetergefäss ein Schirm aus eben jenem dünnen Kupferblech wie das Calorimeter befestigt. Er war durch zwei von ihm ausgehende schmale Streifen an die Wand des Calorimeters genietet; doch stand er selbst da, wo er derselben am nächsten kam, immer noch $\frac{1}{2}$ cm von ihr ab, sodass durch Bewegung des Rührers eine starke Circulation zwischen dem Quecksilber, welches sich in dem von dem Schirm abgegrenzten Theile des Calorimetergefässes befand, und der Quecksilbermasse in dem übrigen Raume hervorgerufen werden konnte. Der Schirm hat eine gewellte Form, um die Strömung des gegen ihn

fallenden erhitzten Quecksilbers nach beiden Seiten abzulenken und dadurch zu verhindern, dass ein Theil desselben direct durch den breiten Spalt zwischen dem Schirm und der Wand des Calorimeters an das Thermometergefäss gelangt. Nach Anbringung dieses Schirmes in dem Calorimeter war der Gang des Thermometers vollkommen regelmässig, ganz unabhängig von der Art des Rührens und in der Nähe des Maximums sehr langsam, sodass dasselbe mit der grössten Genauigkeit beobachtet werden konnte.

Der Rührer besteht aus einer kreisförmigen Scheibe aus demselben dünnen Kupferblech, in welche Löcher ausgeschlagen sind; die Ränder derselben sind nicht gerade gehämmert, sondern stehen gelassen, um dem Rührer mehr Steifigkeit zu verleihen. An die Scheibe sind vier 1 mm dicke Drähte genietet und die Enden derselben in einem quadratischen Holzrahmen befestigt, welcher als Handhabe des Rührers dient. Um Amalgamirung zu vermeiden, ist sowohl das Innere des Calorimetergefässes als auch der Rührer auf die oben angegebene Methode „schwarz gebrannt“. Das Gewicht des Rührers wurde vor seiner Befestigung in dem Holzrahmen bestimmt: es beträgt 5,99 g; Gefäss und Rührer zusammen wiegen also 37,50 g. Nimmt man die mittlere specifische Wärme des Kupfers zwischen 15° und 30° gleich 0,09233 nach Bède¹⁾ an und die specifische Wärme des Quecksilbers innerhalb derselben Grenzen gleich 0,03327 nach Pettersson und Hedelius²⁾, so beträgt der Quecksilberwerth der gesammten Kupfermasse $\pi = 103,97$ g. Dies Gewicht repräsentirt, wenn man die geringe Masse des Thermometerglases, welche mit dem Quecksilber in Berührung kommt, vernachlässigt, die gesammte Calorimetercorrection. Da in dem Calorimeter sich durchschnittlich 3450 g Quecksilber befanden, so beträgt der Quecksilberwerth des Gefässes und Rührers nur $\frac{1}{33}$ des ganzen Gewichts, wodurch der Fehler der Calorimetercorrection möglichst klein gemacht wird.

Das Calorimetergefäss befindet sich in einem starken,

1) Phys.-chem. Tab. v. Landolt u. Börnstein p. 178.

2) Pettersson u. Hedelius, Journ. f. prakt. Chem. N. F. 24. p. 142. 1881.

mit Griff versehenen Holzkasten von 16 cm Länge, 16 cm Breite und 11 cm Höhe; es steht in demselben auf vier hölzernen Ständern, deren oberer Theil keilförmig geformt ist. Zur Verminderung des Wärmeverlustes durch Strahlung sind die Innenwände des Kastens mit Stanniol beklebt. Der Kasten wird mit Hülfe von Leitschienen an die passende Stelle unter den Erhitzungsapparat geschoben; an der hinteren Querschiene ist eine Feder angebracht, um den Rückstoss bei etwaigem, zu starken Herunterschieben des Kastens zu mildern. Zur Beobachtung der Temperatur diente ein mehrere Jahre altes Einschlussthermometer aus Jenaer Glas, dessen Scala mit einer Theilung in $\frac{1}{10}^{\circ}$ C. versehen ist. Der Nullpunkt dieses Thermometers wurde während zweier Monate fast täglich beobachtet, und die Correctionen in Bezug auf das Luftthermometer waren durch mehrere Beobachtungsreihen genau bestimmt. Das Thermometer war durch Pfropfen in einer Messinghülse befestigt, welche auf dem Deckel des Holzkastens angeschraubt war, sodass es zugleich mit dem Deckel abgehoben werden konnte. Die Temperatur des erhitzten Quecksilbers wurde mittelst zweier Stabthermometer beobachtet, von denen das eine von 100° bis 150° , das andere von 150° bis 200° reicht; beide Thermometer, ebenfalls aus Jenaer Glas, waren in mehreren Beobachtungsreihen mit dem Luftthermometer verglichen.

II. Genauigkeitsgrenze und Resultate.

Zur Bestimmung der specifischen Wärme nach der Mischungsmethode sind zwei Wägungen und drei Temperaturablesungen nöthig. Sei:

p_1, τ_1, c das Gewicht, die Temperatur und die zu bestimmende specifische Wärme des erhitzten Körpers;

p, τ, C das Gewicht, die Temperatur und die der Messung zu Grunde gelegte specifische Wärme der Flüssigkeit im Calorimeter;

π der Flüssigkeitswerth des Calorimeters und der Nebentheile, d. h. das Product aus dem Gewicht derselben mit ihrer specifischen Wärme, bezogen auf die Mischflüssigkeit, ferner $P = p + \pi$, und

ϑ die nach der Mischung entstandene Maximumstemperatur im Calorimeter, so gilt, unter der Voraussetzung, dass die beiden specifischen Wärmen in den beobachteten Intervallen unveränderlich sind, folgende Formel:

$$c = \frac{P(\vartheta - \tau)}{p_1(\tau_1 - \vartheta)} \cdot C.$$

Setzt man noch $C=1$, d. h. nimmt man die specifische Wärme der Flüssigkeit im Calorimeter als Einheit an, so wird:

$$c = \frac{P(\vartheta - \tau)}{p_1(\tau_1 - \vartheta)} = F(P, p_1, \tau, \tau_1, \vartheta).$$

Durch Differentiation erhält man hieraus den Fehler des Resultates dc , ausgedrückt durch die einzelnen Elementarfehler $dP, dp_1, d\tau, d\tau_1, d\vartheta$:

$$dc = \frac{1}{p_1} \left(\frac{\vartheta - \tau}{\tau_1 - \vartheta} \right) dP - \frac{P}{p_1^2} \left(\frac{\vartheta - \tau}{\tau_1 - \vartheta} \right) dp_1 - \frac{P}{p_1} \left(\frac{1}{\tau_1 - \vartheta} \right) d\tau - \frac{P(\vartheta - \tau)}{p_1(\tau_1 - \vartheta)^2} d\tau_1 + \frac{P(\tau_1 - \tau)}{p_1(\tau_1 - \vartheta)^2} d\vartheta.$$

Aus der Tabelle der Beobachtungen in der zweiten Hälfte dieses Theiles entnimmt man folgende Durchschnittswerthe für $P, p_1, \tau, \tau_1, (\vartheta - \tau)$:

$p_1 = 126 \text{ g}, \quad p = 3450 \text{ g}, \quad \pi$ ist nach Theil I $= 103,97 \text{ g},$
also $P = p + \pi$ etwa $= 3550 \text{ g};$

$\tau = 20^\circ$, und bei einer Erhitzung bis auf:

$$\tau_1 = \begin{cases} 130^\circ \\ 180^\circ \end{cases} \quad \text{ist} \quad (\vartheta - \tau) = \begin{cases} 3,7^\circ \\ 5,3^\circ. \end{cases}$$

Bei Einsetzung dieser Werthe erhält man:

$$dc = 0,0027 dP - 0,00756 dp_1 - \begin{cases} 0,26 \\ 0,18 \end{cases} d\tau - \begin{cases} 0,0091 \\ 0,0061 \end{cases} d\tau_1 + \begin{cases} 0,27 \\ 0,19 \end{cases} d\vartheta.$$

Um den Fehler dc des Resultates als Zahl darzustellen, muss man die Grösse der einzelnen Elementarfehler kennen; dP setzt sich aus zwei Fehlern zusammen: 1) dp , dem Wägungsfehler des kalten Quecksilbers im Calorimeter, welcher sehr klein $= 0,01 \text{ g}$ ist, und 2) $d\pi$, dem Fehler bei der Bestimmung des Quecksilberwerthes des Calorimeters und Rührers, welcher bedeutend grösser, etwa $0,7 \text{ g}$ ist; dP ist also $0,71 \text{ g}$; ferner ist dp_1 , da sich p_1 als Differenz der Gewichte des Calorimeters vor und nach der Mischung ergibt, etwa $= 0,025 \text{ g}$, endlich $d\tau = 0,01^\circ$, $d\tau_1$ etwa $= 0,3^\circ$, $d\vartheta = 0,015^\circ$.

Folglich ist:

$$dc = 0,0,19 - 0,0,19 - \left\{ \begin{array}{l} 0,0026 \\ 0,0018 \end{array} \right. - \left\{ \begin{array}{l} 0,0027 \\ 0,0018 \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} 0,0040 \\ 0,0028 \end{array} \right.$$

Hieraus ist zunächst ersichtlich, dass der Einfluss der Wägungsfehler dP und dp_1 sehr gering ist, im Verhältniss zu dem der Fehler bei den Temperaturbestimmungen, ferner, dass das Resultat hauptsächlich von dem Fehler der Maximumtemperatur beeinflusst wird, und endlich, dass die Fehlerwirkungen der Temperaturbestimmungen auf das Resultat bei wachsender Erhitzungstemperatur abnehmen. Nimmt man den ungünstigsten Fall an, dass nämlich die einzelnen Beobachtungsfehler solche Vorzeichen erhalten, dass alle Glieder positiv oder alle negativ werden, so kann selbst bei der niedrigeren Erhitzungstemperatur $d\tau_1 = 130^\circ$, dc höchstens $\pm 0,0097$ werden, d. h. die Bestimmung der specifischen Wärme ist in der vorliegenden Arbeit bis auf 1 Proc. genau.

Damit die einzelnen Elementarfehler die oben angegebenen Werthe nicht übersteigen, ist es nöthig, sowohl an der Maximumtemperatur ϑ , als auch an der Anfangstemperatur τ des Calorimeters Correctionen anzubringen. Die erste, $\Delta\vartheta$, wird hervorgerufen durch den Wärmeverlust des Calorimeters während der Mischung; derselbe wurde nach Regnault's Methode bestimmt: es wurde die Zeit, welche vom Hineinschütten des erhitzten Quecksilbers in das Calorimeter bis zum Eintritt der Maximumtemperatur verfloss, in Theile zerlegt, und für jeden Theil einzeln der Wärmeverlust unter Annahme der Proportionalität desselben mit dem Temperaturüberschuss berechnet. Die zweite Correction $\Delta\tau$ wird dadurch veranlasst, dass das Calorimeter bei dem Hinunterschieben unter den Erhitzungsapparat Wärme aufnimmt. Diese Wärmemenge wurde dadurch geschätzt, dass man das Calorimeter so lange unter dem Erhitzungsapparat stehen liess, bis eine messbare Temperaturerhöhung eingetreten war, und daraus die Wärmezunahme für die wenigen Secunden ableitete, welche sich das Calorimeter unter dem Erhitzungsapparat befand. Anstatt diese Correction an der Anfangstemperatur τ anzubringen, kann man sie auch, da es bei der Berechnung der specifischen Wärme nur auf die Differenz $(\vartheta - \tau)$ ankommt, mit der ersten Correction für die Maximumtemperatur ϑ

vereinigen, sodass die Gesamttcorrection $\delta = \Delta\vartheta - \Delta\tau$ wird. Auf diese Weise sind die Zahlen δ der siebenten Spalte der folgenden Tabelle berechnet. Fügt man zu den dort angegebenen Zahlen noch den Quecksilberwerth des Calorimeters und Rührers $\pi = 103,97$ g, so hat man alle zur Bestimmung der specifischen Wärme nöthigen Zahlen.

Nr.	p_1	τ_1	P	τ	ϑ	δ	α
1.	125,73 g	126,8°	3402,75 g	20,78°	24,38°	+0,010°	-0,0,156
2.	124,77	183,5	3397,74	20,49	25,94	+0,018	-0,0,156
3.	126,03	152,6	3425,77	19,70	24,20	+0,012	-0,0,117
4.	125,15	187,3	3489,57	18,99	24,53	+0,019	-0,0,113
5.	128,18	138,6	3388,99	20,49	24,58	+0,011	-0,0,164
6.	124,84	199,1	3534,17	19,87	25,68	+0,020	-0,0,111
7.	126,54	131,1	3395,69	19,34	23,18	+0,010	-0,0,117
8.	125,58	179,4	3494,84	19,85	25,09	+0,018	-0,0,144
9.	127,37	119,7	3534,68	19,95	23,28	+0,009	-0,0,104
10.	125,27	184,2	3458,03	20,56	25,96	+0,018	-0,0,159
11.	125,94	142,4	3509,90	20,26	24,28	+0,011	-0,0,166
12.	124,93	192,2	3539,50	20,84	26,36	+0,019	-0,0,149
13.	126,42	122,4	3427,81	19,78	23,27	+0,009	-0,0,133
14.	126,04	180,2	3548,42	19,95	25,14	+0,018	-0,0,164
15.	126,88	126,6	3408,33	19,65	23,32	+0,010	-0,0,125
16.	126,07	175,0	3518,84	19,34	24,44	+0,018	-0,0,146
17.	126,20	141,0	3438,68	19,04	23,17	+0,011	-0,0,108
18.	125,09	195,2	3473,03	19,24	25,03	+0,020	-0,0,132
19.	126,81	131,9	3443,59	18,74	22,58	+0,010	-0,0,128
20.	125,90	184,9	3540,70	19,36	24,74	+0,019	-0,0,143
21.	125,97	126,8	3434,17	20,59	24,17	+0,010	-0,0,161

Es wurde aus diesen Zahlen nicht die specifische Wärme des Quecksilbers, sondern direct der Coëfficient der Veränderlichkeit derselben mit der Temperatur berechnet. Da nämlich die Aenderungen der specifischen Wärme beim Quecksilber sehr gering sind, so darf man dieselbe als lineare Function der Temperatur ansehen; setzt man noch die specifische Wärme bei $0^\circ = 1$, so schreibt sich die am Anfang dieses Theiles benutzte Formel folgendermassen:

$p_1 [\tau_1 (1 + \alpha \tau_1) - \vartheta (1 + \alpha \vartheta)] = P [\vartheta (1 + \alpha \vartheta) - \tau (1 + \alpha \tau)]$,
woraus sich ergibt:

$$\alpha = \frac{P(\vartheta - \tau) - p_1(\tau_1 - \vartheta)}{p_1(\tau_1^2 - \vartheta^2) - P(\vartheta^2 - \tau^2)}$$

Die nach dieser Formel berechneten Werthe von α , welche in der achten Spalte der obigen Tabelle stehen, sind zunächst sämmtlich negativ, d. h. die specifische Wärme des Quecksilbers nimmt mit wachsender Temperatur ab; sodann

weichen sie erst in der fünften Decimalstelle von einander ab, was in Einklang steht mit den am Anfang dieses Theiles gemachten Angaben über die Grösse und den Einfluss der einzelnen Beobachtungsfehler, endlich rechtfertigen sie die obige Annahme, dass die specifische Wärme des Quecksilbers eine lineare Function der Temperatur sei. Nach meinen Beobachtungen ist also die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers zwischen 0° und t° , c_0^t , die specifische Wärme bei $0^{\circ} = 1$ gesetzt:

$$c_0^t = 1 - 0,0,138 t.$$

Nach den sehr genauen Untersuchungen von Pettersson und Hedelius¹⁾ ist die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers zwischen 0° und 5° , bezogen auf die specifische Wärme des Wassers bei 0° :

$$c_0^5 = 0,033\ 266.$$

Daraus folgt für die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers, die specifische Wärme des Wassers bei 0° als Einheit genommen:

$$c_0^t = 0,033\ 266 - 0,0,46 t,$$

also für die wahre specifische Wärme des Quecksilbers bei t° :

$$c_t = 0,033\ 266 - 0,0,92 t,$$

wo der Coëfficient $\alpha = -0,0,92$ gültig ist für das Temperaturintervall von 0° bis 200° . Hierdurch werden die Beobachtungen Winkelmann's²⁾ bestätigt, nach welchen die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur abnimmt; allerdings ist der von ihm gefundene Coëfficient $\alpha = -0,0,69$ kleiner als der aus meinen Beobachtungen berechnete; allein der Unterschied beider Coëfficienten liegt innerhalb der durch die Beobachtungsfehler gegebenen Grenze der Unsicherheit; die Formel Winkelmann's nämlich, bezogen auf die specifische Wärme bei 0° als Einheit, würde lauten:

$$c_0^t = 1 - 0,0,105 t.$$

Die obige Formel erklärt auch die schon in der Einleitung erwähnten Beobachtungen von Pettersson³⁾; denn

1) Pettersson u. Hedelius, Journ. f. prakt. Chem. N. F. 24. p. 135. 1881.

2) Winkelmann, Pogg. Ann. 159. p. 152. 1876.

3) Pettersson, Journ. f. prakt. Chem. N. F. 24. p. 146. 1881.

nach derselben ist die specifische Wärme des Quecksilbers bei einer Genauigkeitsgrenze von 0,5 Proc. in dem Intervall von 0° bis 36° unveränderlich, und zwischen 10° und 30° ist sie es sogar bei einer Genauigkeitsgrenze von nur 0,25 Proc.

Zu demselben Resultat, dass die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur abnimmt, gelangt auch Naccari¹⁾, dessen ganz kürzlich veröffentlichte Beobachtungen mir erst nach Einsendung meiner Arbeit an die Redaction der Annalen für Physik und Chemie bekannt wurden; der von ihm angegebene Coëfficient der Veränderlichkeit ist ein wenig kleiner als der von Winkelmann gefundene.

Die vorliegenden Untersuchungen unternahm ich auf Anregung des Hrn. Prof. Pape. Für die gütige Unterstützung, die mir derselbe durch seinen freundlichen Rath während des Verlaufs der Arbeit zu Theil werden liess, spreche ich demselben meinen innigen Dank aus.

Königsberg i. Pr., Physikal. Inst. der Universität, den 18. Nov. 1888.

**X. Ueber die Isothermen einiger Mischungen von
schwefliger Säure und Kohlensäure;
von Ad. Blümcke.**

(Hierzu Taf. X Fig. 15—19)

In meiner letzten Arbeit²⁾ theilte ich eine Reihe von Zahlen mit, welche indirect beweisen, dass die Dämpfe eines Gemisches von schwefliger Säure und Kohlensäure sich nicht wie die gesättigten Dämpfe einer einheitlichen Flüssigkeit verhalten. Die Constatirung dieser Thatsache ist deswegen von Bedeutung, weil bei Ermittlung des Nutzeffectes von Kältemaschinen die Spannung der Dämpfe der in denselben verwendeten Flüssigkeiten zur Bestimmung der Temperaturen benutzt wird.

1) Naccari, Mem. della R. Accademia di Torino. Adunanza del 17 Giugno 1888.

2) Ad. Blümcke, Wied. Ann. 34. p. 10. 1888.

Bei Maschinen, die mit einer einheitlichen Flüssigkeit arbeiten, ist das wenigstens vom theoretischen Standpunkt aus gerechtfertigt; hat man es aber mit einer Maschine zu thun, welche ein Flüssigkeitsgemisch enthält, so muss man sich vorher vergewissern, ob die Dampfspannung von der Temperatur allein und nicht auch vom Volumen abhängig ist; namentlich dann, wenn derartige Messungen zur Prüfung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie dienen sollen.

In der vorliegenden Arbeit habe ich nun zwei Mischungen:

die eine von ungefähr 1 Vol. SO_2 auf 1 Vol. CO_2 ,

die andere von ungefähr 3 Vol. SO_2 auf 7 Vol. CO_2 ,
etwas eingehender untersucht.

Ich bediente mich dabei des Cailletet'schen Apparates. Da häufig (behufs Abkühlung und leichter Condensation), plötzliche Druckverminderungen, bei welchen in einem Luftmanometer der Quecksilberfaden zerrissen wäre, vorgenommen wurden, so verwendete ich ein Bourdon'sches Metallmanometer, welches mit Hülfe der Verflüssigungsdrucke der schwefligen Säure und der Kohlensäure geprüft wurde. Es zeigte sich, dass seine Angaben um $\pm 0,5$ Atm. falsch sein konnten; aber selbst wenn der Fehler fünfmal so gross gewesen wäre, so würde doch diese Genauigkeit für den vorliegenden Zweck weitaus hinreichend sein. Uebrigens würde eine Druckbestimmung bis auf ein Millimeter Quecksilber durch den Umstand illusorisch werden, dass beim Comprimiren immer Gas-, bzw. Flüssigkeitstheilchen an den Rohrwandungen hängen bleiben, sodass die Zusammensetzung des Gemisches, wenn auch nur um sehr geringfügige Beträge, geändert wird.

Als Compressionsrohre benutzte ich theils von Ducretet in Paris bezogene von der bekannten Form, theils von J. Greiner in München hergestellte, welche einen etwas weiteren Durchmesser im oberen Theil hatten.

Um die Rohre bequem calibriren zu können, war eine Theilung auf ihnen angebracht.

Vor dem Einbringen der Gase wurden sie auf das sorgfältigste getrocknet. Die Füllung geschah in der Weise

(siehe Fig. 15), dass an den Haken mittelst eines Stückes Kautschukschlauch ein Glasrohr angesetzt wurde, welches mit dem Druckrohr zusammen ein communicirendes Rohr bildete; dann wurde so viel Quecksilber eingefüllt, dass für das zuerst einzubringende Gas (schweflige Säure) der entsprechende Raum übrig blieb.

Um die Luft soviel wie möglich zu verdrängen, liess man durch das angesetzte Glasrohr mehrere Stunden lang schweflige Säure durchströmen, worauf die Spitze des Druckrohrs zugeschmolzen wurde. Hierauf wurde der Haken des Druckrohrs unter Quecksilber gebracht und der Kautschuk mit einer blanken Scheere unter dem Quecksilber durchgeschnitten. Die Kohlensäure wurde dann in einfacher Weise eingebracht, indem man sie aus einem dünnen Glasrohr ausströmen liess, welches in den Haken gesteckt wurde; ist der Druck stark genug, so dringen immer einige Blasen in das Druckrohr ein.

Die schweflige Säure sowohl wie die Kohlensäure waren fabrikmässig hergestellt, enthielten aber keine nachweisbaren Mengen permanenter Gase.

Die Temperaturen wurden mittelst eines Wasserbades bei 13°C . constant erhalten, mittelst Aetherdampfes bei 34°C ., mittelst Alkoholdampfes bei 76°C .

Ich glaube, dass es mir in sehr hohem Grade gelungen ist, die Gase frei von incompressiblen Beimengungen, namentlich von Luft, in den Apparat zu bringen, denn dieselben liessen ohne jede Schwierigkeit Siedeverzüge und Verflüssigungsverzüge zu. Um Missverständnissen vorzubeugen, bemerke ich hier Folgendes: Ist $ABCDEFGH$ die „theoretische“, $ABCEGH$ die empirische Isotherme eines Körpers, so bezeichne ich das Verweilen auf der Strecke CD als Siedeverzug, das Verweilen auf der Strecke GF als Verflüssigungsverzug (siehe Fig. 16).

Dass Siedeverzüge durch vorsichtiges Erwärmen von recht reinen Flüssigkeiten herbeigeführt werden können, ist längst bekannt.

Bei Mischungen von Kohlensäure und Wasser fand ich, dass durch sehr behutsames Vermindern des Druckes bei

constanter Temperatur übersättigte Lösungen entstehen können.¹⁾

Bei den Mischungen von SO_2 und CO_2 lässt sich diese Erscheinung bei Druckverminderung in überraschend leichter Weise herbeiführen.

Beispielsweise gelang es mir, die Mischung von 1 Vol. SO_2 + 1 Vol. CO_2 noch flüssig zu erhalten unter folgenden Drucken:

13°	13,1°	13,4°	13,5°	16,5° C.
Druck: 38,1	37,4	38,5	41,9	42,0 Atm.

Der Druck der vollständigen Verflüssigung, welcher nur in der langwierigsten Weise genau zu ermitteln wäre, lag bei 13° C. ungefähr bei 44 Atm.

Die zweite Mischung von 3 Vol. SO_2 auf 7 Vol. CO_2 (Druck der vollständigen Verflüssigung bei 13° ca. 48 Atm.) konnte noch flüssig erhalten werden bei:

12°	13°	13,4° C.
Druck: 35	43	44 Atm.

Am schönsten war die Erscheinung bei einer zu Versuchen dienenden Mischung von ungefähr 56 Proc. SO_2 auf 44 Proc. CO_2 . Diese hatte einen Verflüssigungsdruck von nahe 35 Atm. bei 13°; sie konnte noch flüssig sein unter 19 Atm. Druck. Besonders günstig scheint mir bei diesen Versuchen der Umstand gewesen zu sein, dass das schon öfters benutzte Rohr oben keine Verengung mehr besass, wie man sie absichtlich zum leichteren Zerschmelzen anbringt, und sich auch noch beim Zuschmelzen aufgebläht hatte, sodass der Hohlraum oben ohne jede Spitze endete.

Dass es sich hier wirklich um einen Siedeverzug handelt, geht daraus hervor, dass beim freiwillig erfolgenden Unterbrechen desselben der Druck um 2—3 Atm. stieg.

Die geringe Volumenänderung beim Siedeverzug wurde nicht bestimmt.

Was die Verflüssigungsverzüge anlangt, so sagt Maxwell²⁾ darüber:

„Das Dasein dieser Unsicherheit in den Bedingungen der Condensation ist zwar sehr wahrscheinlich, jedoch durch

1) Ad. Blümcke, Wied. Ann. 23. p. 414. 1884. Siehe auch Ramsay u. Young, Phil. Mag. (5) 23. p. 458. 1887.

2) Maxwell, Theorie der Wärme; übersetzt von Dr. F. Auerbach p. 125.

Versuche noch nicht festgestellt, wie das hinsichtlich der Schwankungen in den Bedingungen der Verdampfung der Fall ist. Thomson ist der Ansicht, dass man diesen Theil der isothermischen Linie ermitteln könne, indem man die durch die rapide Ausdehnung des Dampfes in einem mit einer Dampföhle versehenen Kessel erfolgende Condensation der Untersuchung unterzieht.“

Van der Waals drückt sich betr. des Theils GF (Fig. 15) der Isotherme folgendermaassen aus:

„Kann der vom Dampfe ausgeübte Druck grösser sein, als der gewöhnlich mit Maximalspannung bezeichnete? Die Beantwortung dieser Frage ist schwieriger, doch gibt es einige Gründe, die uns auch diese bejahen lassen.“¹⁾

Ich finde, dass sich diese Frage am einfachsten durch das Experiment beantworten lässt.

Dass Luft mit Wasserdampf übersättigt werden kann, wenn keine Staubtheilchen sich in derselben befinden, zeigen die Versuche von Coulier,²⁾ Aitken³⁾ und Kiessling.⁴⁾

Ich erhielt Verflüssigungsverzüge sehr leicht. Um bei diesen Versuchen keine Siedeverzüge zu bekommen, hatte ich einen Platindraht mit rauher Bruchfläche in das Druckrohr gesteckt. Die betr. Rohre hatten einen lichten Durchmesser von 8 mm im oberen Theile und endeten in einer Capillare von 5 cm Länge, in der der gebogene Draht von selbst haften blieb.

Die Verflüssigungsverzüge gelangen mir am besten mit der Mischung von 1 Vol. SO_2 + 1 Vol. CO_2 bei 76°C. , mit der anderen bei 34°C.

Bei der ersteren konnte ich bei niederen Temperaturen überhaupt nichts beobachten, weil die Verflüssigung im unteren Theile des Apparates erfolgte. Bei den Versuchen bei 76°C. verlief die Erscheinung in folgender Weise: Das Gemisch blieb beim Comprimiren gasförmig, bis die Spitze des

1) Van der Waals, Ueber die Continuität des flüssigen und gasförm. Zustandes. Uebersetzt von Dr. Fr. Roth p. 90. 1881.

2) Coulier, Journ. de Pharm. et de Chim. (4) 22. p. 165. 1875.

3) Aitken, Nature 23. p. 195 u. 384. 1881.

4) Kiessling, Abhandl. des naturw. Ver. Hamburg-Altona. 3. Abth. 1884. Siehe auch R. v. Helmholtz, Wied. Ann. 27. p. 508. 1886.

Platindrahtes unter dem Quecksilber verschwand, dann bildete sich ein Ring von Flüssigkeit über dem Quecksilber, und der Druck sank um 0,2 At.

Bei der zweiten Mischung liess sich die Erscheinung bei 34° C. noch mit Sicherheit constatiren; nur war die Druckverminderung zu klein, um bei dem betr. Manometer beobachtet werden zu können.

Bei 76° müssen bei dieser Mischung, soweit ich die Drucke steigern konnte (nur 70 At. wegen der Schwäche des Rohres), die beiden Isothermen sehr dicht bei einander verlaufen; ich sah wohl, dass beim Comprimiren keine Verflüssigung eintrat, aber die Druckunterschiede zwischen „theoretischer“ und empirischer Isotherme lagen nicht ausserhalb der Grenze der Beobachtungsfehler.

Bei reiner Kohlensäure und reiner, schwefligen Säure konnte ich beide Phänomene, wenn schon weit schwieriger, beobachten; indess wird ihr Eintreten durch den Zusatz des anderen Gases sehr erleichtert.

Es ist leicht einzusehen, warum bei Mischungen das Uebergehen von der „theoretischen“ zur empirischen Isotherme nicht so plötzlich und heftig vor sich geht, wie bei einem einheitlichen Körper. Es muss nämlich nicht nur der Aggregatzustand sich ändern, sondern auch beim Siedeverzug das Mischungsverhältniss des flüssigbleibenden, beim Verflüssigungsverzug dasjenige des gasförmig bleibenden. Dazu kommt noch, dass die theoretische Isotherme sich nur sehr allmählich an die empirische anschliesst (s. Figur 17, 18, 19).

Beim Siedeverzug verläuft der Uebergang verhältnissmässig schnell. Wären im Apparat, namentlich im Manometer, keine lufteerfüllten Räume, so würde die Druckänderung gross (siehe die mitgetheilten Zahlen) sein; da aber infolge des Nachgebens der Luft das Volumen sich vergrössern kann, so steigt der Druck nur entsprechend dem sich herstellenden Volumen.

Beim Verflüssigungsverzug wird wahrscheinlich im ersten Moment die schweflige Säure allein flüssig, und es vergeht sehr lange Zeit, bis sich dieselbe mit Kohlensäure sättigt; namentlich in engen Röhren.

Die Gemische haben geringere Dichte als flüssige SO_2 .

Ich hatte nie hinreichend Zeit und Heizflüssigkeit, um das Eintreten der normalen Verhältnisse abzuwarten. Dagegen war ein Annähern an dieselben sehr wohl bemerkbar.

Mir scheinen die leichte Herstellbarkeit und Messbarkeit dieser Zustände keine ganz unbrauchbare Stütze der v. d. Waals'schen Ansicht zu sein.

Da beim Comprimiren der Gemische immer eine lange Zeit vergeht, bis sich der flüssig gewordene Theil im Maximum der Sättigung befindet, so stellte ich alle Versuche zur Ermittlung der empirischen Isotherme bei abnehmenden Drucken an. Ich verflüssigte entweder (bei den niederen Temperaturen) das Gemenge ganz und fing die Beobachtung nach aufgehobenem Siedeverzug an oder setzte dasselbe längere Zeit einem 20 bis 30 At. stärkeren als den Anfangsdruck aus. Die Beobachtungen selbst boten keine Schwierigkeiten.

Die folgenden Zahlen habe ich durch graphische Interpolation aus den zahlreichen unter sich gut stimmenden Versuchen erhalten.

(Siehe Tabelle auf nächster Seite.)

„Theoretische“ Isothermen.

29 °. Mischung		51 °. Mischung	
Vol.	Druck	Vol.	Druck
0,052	19,5	0,0316	34,6
0,060	17,4	0,040	28,8
0,070	15,0	0,050	23,9
0,080	13,2	0,060	20,2
0,085	12,4	0,070	17,7

In der Figurentafel sind die Ergebnisse in der üblichen Weise (Drucke als Ordinaten, Volumina als Abscissen) dargestellt. Die empirisch ermittelten Theile der „theoretischen“ Isotherme sind punktirt.

Leider lässt sich nicht viel mehr über die Ergebnisse sagen, als was man durch den blossen Anblick der Curven sieht. Sie stehen in Einklang mit dem, was v. d. Waals¹⁾ darüber sagt. Die geistreichen Betrachtungen Duhem's²⁾ auf dieselben anzuwenden, ist wegen Mangels der nöthigen Daten nicht wohl thunlich.

1) v. d. Waals, l. c. p. 144.

2) Duhem, Journ. de phys. 7. p. 158. 1888.

Volumen. (Volumeneinheit dilatante des Normalzustandes)	Druck in Atmosphären							
	bei 13° C.				bei 34° C.			
	1 Vol. SO ₂ + 1 Vol. CO ₂	3 Vol. SO ₂ + 7 Vol. CO ₂	1 Vol. SO ₂ + 1 Vol. CO ₂	3 Vol. SO ₂ + 7 Vol. CO ₂	1 Vol. SO ₂ + 1 Vol. CO ₂	3 Vol. SO ₂ + 7 Vol. CO ₂	1 Vol. SO ₂ + 1 Vol. CO ₂	3 Vol. SO ₂ + 7 Vol. CO ₂
0,0019	47,5	—	—	—	—	—	—	—
0,0020	45,0	—	—	—	65,0	—	—	—
0,0021	40,0	—	—	—	63,0	—	—	—
0,0022	39,0	—	—	—	60,0	—	—	—
0,0023	37,0	—	—	—	53,0	—	—	—
0,0030	34,2	—	—	—	47,5	71,0	—	—
0,0035	32,0	—	—	—	42,5	63,7	—	—
0,0040	29,8	—	—	—	39,9	61,1	—	—
0,0045	28,3	—	—	—	38,4	58,7	—	—
0,0050	27,1	—	—	—	37,1	55,9	—	—
0,0060	25,6	—	—	—	35,3	53,0	—	—
0,0070	24,2	—	—	—	33,8	51,0	—	—
0,0080	23,1	—	—	—	32,5	49,1	—	—
0,0090	22,2	—	—	—	31,3	47,5	—	—
0,010	21,4	—	—	—	30,1	45,9	—	—
0,012	—	22,3	—	32,7	—	45,8	—	—
0,015	—	20,6	—	30,3-	31,4	41,6	—	—
0,017	—	—	—	—	28,8	38,6	—	—
0,020	16,7	—	—	—	22,7	32,9	36,9	—
0,025	15,1	—	—	—	20,0	28,7	31,2	—
0,030	13,9	—	—	—	17,9	25,4	27,5	—
0,040	—	13,2	—	18,2	—	20,3	22,0	—
0,050	—	11,5	—	15,6	16,9	—	18,7	—
0,060	—	10,2	—	13,6	14,8	—	16,9	—
0,070	—	9,2	—	12,1	13,1	—	14,6	—
0,080	—	8,4	—	11,1	10,8	—	13,0	—
0,085	—	8,1	—	10,6	10,5	—	12,8	—

Am merkwürdigsten scheint mir der Verlauf der Isothermen bei den höheren Temperaturen, man sieht an den Curven keinerlei Anzeichen für den Beginn der Condensation, vielmehr sehen dieselben auf dem ganzen Verlaufe den Isothermen der permanenten Gase sehr ähnlich. Als wichtigstes Resultat aber möchte ich noch betonen, dass die Isothermen kein der Volumenaxe paralleles Stück besitzen, dass es also nicht erlaubt ist, die Spannung der Dämpfe der Gemische von schwefliger Säure und Kohlensäure zu Temperaturbestimmungen zu benutzen, wenn nicht das Volumen auf das genaueste bekannt ist.

Es haben deshalb die bisherigen Messungen an Kältemaschinen, welche mit derartigen Gemengen gefüllt sind, so werthvoll sie für den Praktiker sein mögen, meiner Meinung nach für die Wissenschaft wenig Werth.

Ich werde diese Untersuchungen fortsetzen, namentlich werden mich die Zusammensetzung der Mischungsverhältnisse des flüssigen und gasförmigen Theiles, sowie deren specifische Gewichte beschäftigen. Zu diesem Zwecke sind die nöthigen Einrichtungen an meinem schon früher benutzten und beschriebenen Apparate bereits angebracht. Ausserdem ist derselbe mit drei durch Ventile absperrbaren Eisenflaschen verbunden, um den Einfluss der Volumenvergrösserung kennen zu lernen. Die noch nicht zum Abschluss gelangten Versuche erstreckten sich bislang auf Mischungen von geringem CO_2 -Gehalt. Qualitativ gaben sie kein anderes Resultat, als die oben beschriebenen.

Schliesslich erlaube ich mir die Bemerkungen¹⁾ des Hrn. Raoul Pictet auf meine letzte Arbeit²⁾ folgendermassen zu beantworten:

1) Ich konnte unmöglich annehmen, dass bei der Bestimmung der chemischen Zusammensetzung ein Spielraum von 1 bis 40 Proc. gelassen war, da Hr. Pictet auf p. 9 seiner Brochüre folgende Tabelle mittheilt:

1) R. Pictet, Wied. Ann. **34**. p. 734. 1885.

2) A. Blümcke, Wied. Ann. **34**. p. 10. 1888.

Zusammen- setzung	Siede- temperatur	Zusammen- setzung	Siede- temperatur
$C_{46}O_{82}S$	$-71^{\circ}C.$	CO_8S_3	$-12^{\circ}C.$
$C_{30}O_{52}S$	-54	$CO_{10}S_4$	$-9,5$
$C_{20}O_{49}S$	-41	$CO_{12}S_5$	$-8,6$
$C_{16}O_{22}S$	-26	$CO_{14}S_6$	-8
CO_4S	-19	$CO_{16}S_7$	$-7,5$
CO_2S_2	-15	$8,1^{9/10} CO_2$	

Wenn die Verbindung CO_4S (Siedepunkt $-19^{\circ}C.$) statt 40,8 Proc. auf 100 Theile der Mischung nur ungefähr 1 Proc. CO_2 enthält, was für eine Zusammensetzung sollen dann die noch folgenden haben?

2) Der theoretisch berechnete Druck von 8 Atm. bezieht sich auf eine Flüssigkeit von der Zusammensetzung $SO_2 + CO_2$; nachdem durch die Versuche Rilliet's und von mir die Zusammensetzung als eine andere gefunden war, musste der theoretische Druck für diese neue Zusammensetzung berechnet werden, um mit dem experimentell gefundenen verglichen werden zu können.

3) Die Abweichungen von den Resultaten des Hrn. R. Pictet, welche ich bezüglich der Spannkkräfte der von mir untersuchten Probe der „Flüssigkeit Pictet“ zwischen 0 und 30° gefunden habe, sind allerdings gering; dagegen finde ich bei $50^{\circ}C.$ eine Differenz von ungefähr 1,5 Atm. Uebrigens glaube ich mit aller Deutlichkeit gesagt zu haben, dass nach meinen Versuchen die beiden fraglichen Curven sich bis ungefähr $100^{\circ}C.$ nicht schneiden, während Hr. R. Pictet behauptet, sie schnitten sich bei ungefähr $25^{\circ}C.$

4) Bei meinen Versuchen mit dem Cailletet'schen Apparate war das Gas in einem cylindrischen Rohr von 45 cm Länge eingeschlossen, welches oben, um das Zuschmelzen zu erleichtern, eine ungefähr 1,5 cm lange Capillare hatte; unten hatte es den bekannten hakenförmigen Ansatz. Ich comprimirte bei allen Versuchen nur so weit, bis die erste sichtbare Verflüssigung eintrat. Dabei war das Volumen bei den höchsten Temperaturen (ca. $100^{\circ}C.$) ungefähr der zwanzigste Theil von demjenigen im Normalzustande; nicht etwa der dreihundertste oder vierhundertste. Der Fehler, der durch Spuren von Luft entstehen kann, ist also nicht im

entferntesten so gross, als Hr. R. Pictet meint. Ausserdem habe ich nicht nur mit dem Cailletet'schen, sondern auch mit meinem Apparate gearbeitet und übereinstimmende Resultate gefunden.

5) Dass ich Abweichungen von den Resultaten Regnault's constatirte, ist sehr richtig; aber da, wo eine Abweichung von Regnault statt hat, besteht eine Uebereinstimmung mit den Resultaten Sajotschewsky's. Diese Uebereinstimmung dürfte Hr. R. Pictet nicht hinlänglich in Betracht gezogen haben. Im übrigen dürfte eine Abweichung von Regnault umsoweniger ins Gewicht fallen, als es sich hauptsächlich um das Schneiden der fraglichen Spannkraftscurven handelt, und etwaige Beobachtungsfehler bei beiden Versuchsreihen in gleicher Weise sich geltend gemacht hätten, da immer dasselbe Manometer und dasselbe Thermometer benutzt wurden.

Ich habe späterhin noch eine Reihe von Versuchen mit dem Cailletet'schen Apparate ausgeführt, welche alle gegen ein Schneiden der beiden Curven sprechen. Ich legte dabei namentlich Werth darauf, dass zuerst die reine schweflige Säure untersucht, und darauf die Flüssigkeit Pictet aus derselben schwefligen Säure durch Zusatz von Kohlensäure hergestellt wurde. Ich habe dazu sowohl käufliche, als auch von mir selbst hergestellte schweflige Säure und Kohlensäure genommen. — Ferner habe ich mit meinem Apparate folgenden Versuch gemacht:

Derselbe wurde mit einer Mischung von stärkerem Procentgehalt als die Flüssigkeit Pictet gefüllt, hierauf die Temperatur auf 50°C . gebracht und constant erhalten. Als dann liess ich in kleinen Portionen Gas entweichen. Dabei entströmt, wie der Schwimmer zweifellos erkennen lässt, vorwiegend CO_2 ; es entsteht also eine immer mehr der reinen SO_2 sich nähernde Flüssigkeit. Der Druck war anfänglich weit höher, als der der reinen schwefligen Säure. Wenn nun ein Schneiden der betreffenden Spannkraftscurven stattfände, so müsste nothwendig der Druck unter den der schwefligen Säure hinabsinken, und zwar um 1,5 Atm. Bei der betreffenden Temperatur entspricht einer solchen Druckdifferenz an

meinem Manometer eine Verschiebung des Quecksilberfadens um ungefähr 3 cm, d. i. eine Grösse, welche mir unmöglich entgehen konnte. Ich kam, bis das ganze Rohr leer war, nur bis an den Druck der schwefligen Säure, niemals tiefer.

Schliesslich habe ich infolge eines gütigen Rathes des Hrn. L. Grätz folgenden Versuch mit einem Differentialmanometer gemacht:

Zwei kleine Eisenflaschen von ca. 600 ccm Inhalt wurden durch ein gläsernes U-Rohr, welches zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt war, verbunden. Die eine war mit käuflicher schwefliger Säure halb gefüllt, die andere enthielt die gleiche Menge derselben schwefligen Säure und eine kleine Menge Kohlensäure. Ich suchte durch mehrmaliges Füllen und Wiederentleeren der Manometerröhren mit Gas die Luft möglichst zu entfernen. Beim Beginn der Versuche bestand bei 0° in beiden Flaschen eine solche Druckdifferenz, dass das Quecksilber in den Schenkeln des Manometers eine Höhendifferenz von 10,5 cm hatte. Bei 50° C. hatte dieselbe nicht nur nicht abgenommen, sondern war auf 11,5 cm angewachsen. Es sprechen also auch diese Versuche gegen ein Schneiden der Curven.

Endlich bemerke ich noch, dass nach den Untersuchungen der Herren J. Kalcher und Schrabetz der Dampf der Flüssigkeit Pictet an Kohlensäure reicher ist, als die Flüssigkeit selbst; es enthält nämlich der Dampf:

I	{	SO ₂	97,87 Proc.	II	{	SO ₂	97,11 Proc.
		CO ₂	2,12 "			CO ₂	2,88 "

die Flüssigkeit:

I	{	SO ₂	99,06 Proc.	II	{	SO ₂	98,97 Proc.
		CO ₂	0,94 "			CO ₂	1,03 "

Ich habe eine Eisenflasche gefüllt mit einer fünfprocentigen Mischung, sodass dieselbe nahezu ganz voll war. Hierauf wurde dieselbe in einem Wasserbade auf 50° C. erhitzt und drei Proben Dampf entströmen lassen, welche über Quecksilber aufgefangen wurden.

Hr. Gerdeissen, Assistent des Hrn. Prof. v. Miller, hatte die Liebenswürdigkeit, die Proben zu analysiren.

Die erste enthielt:	51 Proc. CO_2	49 Proc. SO_2 ,
die zweite:	40 " "	60 " " ,
die dritte:	38 " "	62 " " .

Ich war anfangs über diese Zahlen sehr überrascht; aber das starke Ansteigen der Isothermen der Gemische für kleiner werdende Volumina einerseits, ferner der Umstand, dass die Kohlensäure sich bei 50°C. weit oberhalb der kritischen Temperatur befindet, lassen sie weniger befremdlich erscheinen.

Es ist also wohl als bewiesen anzunehmen, dass auch bei 50°C. der Dampf der Flüssigkeit Pictet mehr CO_2 enthält als die Flüssigkeit selbst; woraus ohne weiteres nach dem Gesetz von Konowalow¹⁾ folgt, dass sie einen stärkeren Druck als reine SO_2 haben muss.

München, im Januar 1889.

XI. Ueber Adsorption und Condensation von Kohlensäure an blanken Glasflächen; von H. Krause.

Auszug aus der gleichbetitelt Inauguraldissertation des Verfassers.

(Hierzu Taf. X Fig. 20–22.)

Den Ausgangspunkt nachstehender Arbeit bildet eine Bemerkung von Warburg und Ihmori²⁾ in dem Aufsatz: „Ueber das Gewicht und die Ursache der Wasserhaut bei Glas und anderen Körpern“. Dieselbe lautet: „Es wäre hiernach interessant, zu wissen, ob alkalifreies Glas messbare Quantitäten Kohlensäure adsorbirt.“ In der Abhandlung wird nachgewiesen, dass es möglich ist, durch Kochen Glas an seiner Oberfläche ärmer an Alkali zu machen, und dass das Alkali es ist, welches die Bildung von Wasserbeschlag hervorbringt, resp. befördert. Es galt die Frage zu beantworten, ob und wie weit der Verlauf der von Bunsen³⁾ be-

1) Konowalow, Wied. Ann. **14**, p. 48. 1881 u. Planck, Zeitschr. f. phys. Chem. **2**, p. 408. 1888.

2) Warburg u. Ihmori, Wied. Ann. **27**, p. 481. 1886.

3) Bunsen, Wied. Ann. **20**, p. 545. 1883.

obachteten Gasadsorption an blanken Glasflächen in Abhängigkeit von der an der Oberfläche derselben wirksamen Schicht freien Alkalis zu bringen sei. Ich beabsichtigte demnach, die Versuche Bunsen's mit frischen und dann mit gekochten Fäden zu wiederholen.

Die Analyse des Glases, welche unter gütiger Leitung des Hrn. Prof. Doebner von Hrn. Hofmann ausgeführt wurde, ergab: Kieselsäure 70,10; Eisenoxydul 5,75; Kalk 2,56; Kali 20,86 Proc. Das spezifische Gewicht, als Mittel aus 5 zwischen 13,0 und 13,6° C. angestellten Versuchen, war $s = 2,4168 \pm 0,037$.

Ich untersuchte ebenfalls wie Bunsen 2000 einzelne Fäden mit dem Mikroskop und fand, dass auf 1 g 1447,7 Fäden von 1 m Länge gingen, welchen eine Mantelfläche von 0,084 730 qm, ein Querschnitt von 0,083 qm, sowie ein Volumen von 0,41377 ccm zukommt. Die Controle durch Zählung und Wägung eines Gebindes ergab als Gewicht der 1447,7 Fäden 1,0038 g, eine jedenfalls zufriedenstellende Uebereinstimmung. Die mit siedendem Wasser behandelten Fäden erlitten an ihrer Oberfläche einen Substanzverlust von 0,462 Proc., welcher nach der vom Hrn. Dr. Baumert freundlichst übernommenen Untersuchung Kalk, Kieselsäure, Blei, eine Spur von Kohlensäure und Alkalien enthielt. Mit Berücksichtigung dieses Verlustes berechnete ich die Manteloberfläche für 1 g gekochter Fäden auf 0,084 926 qm; der Querschnitt war nicht merklich verändert.

Um bei Vergleichung der Versuche den Einfluss von Druck und Temperatur eliminiren zu können, wurden beide zu gleicher Zeit in zwei von Bunsen¹⁾ beschriebenen Apparaten angestellt. Betreffs Füllung der Beobachtungsinstrumente mit Gas, Evacuirung mittelst Quecksilberluftpumpe, Trocknung u. s. w. verweise ich auf die Originalschrift²⁾; nur sei hervorgehoben, dass der obere Theil des Apparates jedesmal unter Trocknung mit Phosphorsäureanhydrid bis zum harten Anschlag ausgepumpt wurde, sich also darin befindliches Gas nicht mehr nachweisen liess; ferner, dass die

1) Bunsen, Wied. Ann. 20. p. 550. 1853.

2) Krause, Inauguraldiss. Halle 1858.

in den ersten Minuten und Stunden stattfindende Condensation einer besonderen Beachtung unterzogen wurde. Die Gesamtoberfläche der frischen Fäden (incl. der inneren Röhrenwandung) betrug für alle drei Versuche 4,3448 qm, für die gekochten 4,3206 qm. Bei dem ersten Versuch war das Volumen des eingelassenen Gases bei den frischen und gekochten Fäden 87,013, resp. 85,956 ccm; bei dem zweiten Versuch 59,390, resp. 58,600 ccm; bei dem dritten Versuch 57,604, resp. 58,797 ccm.

Auf Taf. X Fig. 20 sind die Resultate der Condensation für alle drei Versuche graphisch dargestellt. Bei dem Auspumpen war nur bei Versuch I abgedunstete Feuchtigkeit an der Phosphorsäure zu bemerken. Bei dem zweiten und dritten Versuch zeigte sich während des Evacuirens immer wieder neues Gas, welches sich jedenfalls an den frischen Fäden, welche stets während der Zurüstungen zu einem neuen Versuche im oberen Theile des Apparates luftdicht abgeschlossen waren, condensirt hatte und nun bei dem verminderten Druck loslöste. Diese Erscheinung war nicht oder nur in geringem Maasse an den gekochten Fäden zu bemerken.

Aus dem I. Versuch konnte folgender Schluss gezogen werden:

a) Es findet an beiden Arten von Fäden eine Condensation statt, bei den frischen schneller als bei den gekochten; es waren in 26 Tagen 0,944, resp. 0,512 ccm Gas condensirt.

b) Die Condensation ist besonders lebhaft in den ersten Minuten und am ersten Tage. In 70 Minuten waren 0,449, resp. 0,158 ccm, in 24 Stunden 0,633, resp. 0,276 ccm Kohlensäure condensirt.

c) Nach etwa 15 Tagen scheint das Maximum der Verdichtung bei den frischen Fäden erreicht zu sein; bei den gekochten geht dieselbe, wenn auch äusserst langsam, noch vorwärts.

Aus dem II. Versuch ergab sich entsprechend:

ad a) und b): Es findet ebenfalls bei den frischen Fäden eine Condensation statt, jedoch etwas langsamer; äusserst gering ist dieselbe an den gekochten. Es wurde Gas verdichtet:

in 1 Stunde	0,386,	resp.	0,023 ccm,
„ 24 Stunden	0,600	„	0,065 „
„ 12 Tagen	0,777	„	0,083 „

Durch Versuch III wurde das eben angeführte Resultat vollständig bestätigt. Der Grund der Condensation ist in allen Fällen in dem Vorhandensein von Wasser an der Gasoberfläche zu suchen, welches sich bei den frischen Fäden selbst durch wiederholtes scharfes Auspumpen unter Anwendung von Phosphorsäureanhydrid bei gewöhnlicher Lufttemperatur nicht entfernen liess.

Ich ging nun dazu über, die Versuche in ähnlicher Weise anzustellen, wie Bunsen in seiner späteren Arbeit¹⁾, indem ich durch Erhitzen über 500° den Fäden jede Spur von Feuchtigkeit nahm. Bunsen hat in der betreffenden Abhandlung nachgewiesen, dass „an der völlig von Feuchtigkeit befreiten Glasfläche gar keine nachweisbare langsame Condensation stattfand“. Er beschreibt den Versuch wie folgt: „Um die Fäden vollkommen auszutrocknen, werden sie, nachdem ihre Feuchtigkeit schon zuvor grösstentheils entfernt war, in dem aufrecht in der Wanne stehenden Barometer selbst mittelst des aufgestülpten Thermostaten mehrere Stunden lang auf 505° C. erhitzt erhalten, während ein dicht unter den erhitzten Fäden austretender Strom von völlig trockner Kohlensäure durch das vom Quecksilber der Wanne abgesperrte Barometerrohr geleitet wurde.“ Es könnte hierbei während der Abkühlung schon eine Adsorption des Gases an der Gasoberfläche stattgefunden haben, und es schien deshalb zweckmässig, den Versuch so einzurichten, dass das Gas erst nach der Trocknung und Abkühlung mit den Fäden in Berührung gebracht wurde. Die Trocknung wurde mit dem von Bunsen²⁾ beschriebenen Thermostaten vorgenommen. Bei der Bestimmung der einzelnen Temperaturen durch das Luftthermometer bleibt zu bemerken, dass dasselbe nicht mit Wasser, sondern mit Quecksilber abgeschlossen und nach Abkühlung in einer gewöhnlichen Quecksilberwanne neben einem sorgfältig ausgekochten Barometerrohr vertical aufge-

1) Bunsen, Wied. Ann. 24. p. 321. 1885.

2) Bunsen, Wied. Ann. 24. p. 323. 1885.

stellt wurde. Die Messungen erfolgten mittelst eines Genfer Kathetometers. Die sechs Flammen des Thermostaten erzielten unter einem Wasserdruck von 10 mm eine Hitze von 531°C .

Eine genau gewogene Menge Fäden wird in den Kopf einer sorgfältig calibrirten Barometerröhre *b* (Fig. 21) eingeführt, dann dieselbe mit dem Kautschukstopfen *a*, welcher eine doppelte Bohrung hat, fest verschlossen. In der einen befindet sich ein rechtwinklig gebogenes Röhrchen *C*, welches an dem einen Ende bei *d* zugeschmolzen, am anderen offen ist; in der anderen Bohrung steckt das U-förmig gebogene, mit einem Hahn *f* versehene Rohr *G*, welches durch Trockenvorrichtungen zur Quecksilberluftpumpe führt. Der untere Theil von *b*, sammt Kautschukstopfen u. s. w. ist tief in das Quecksilber der Wanne eingetaucht und dadurch luftdicht abgeschlossen. Während der Dauer der Erhitzung bei 531° wird das Rohr luftleer gepumpt, dann nach Abkühlung das Capillarrohr *C* abgebrochen, sodass sich jetzt das Rohr zur Barometerhöhe mit Quecksilber füllt. Nach Entfernung des Stopfens wird das Instrument in der Wanne vor dem Kathetometer neben dem Barometerrohr aufgestellt. Die Messung und Einfüllung der sorgfältig getrockneten Kohlensäure geschieht mit einem Füllrohr, dessen sich auch Bunsen¹⁾ bediente.

A. Frische Fäden.

Erster Versuch: Im Rohr waren 15,040 g Fäden, welche eine Oberfläche von 1,2744 qm darboten; hierzu kommt der 0,0118 qm betragende obere Theil der inneren Röhrenwandung. Während des Erhitzens und Evacuirens zeigte sich an der Phosphorsäure der Trockenröhre Feuchtigkeit, und Loslösung von Gas war bemerkbar. Es bildete sich jetzt merkwürdiger Weise in der Röhre ein Beschlag von rothbrauner Farbe, und zwar an der Stelle, welche zunächst aus dem Eisenrohr hervorsah. Um denselben zu entfernen, wurde diese Stelle, wie überhaupt die ganze Röhre, mit einem Bunsenbrenner stark erhitzt, bis das Destillations-

1) Bunsen, Wied. Ann. 24. p. 332. 1885.

product verschwunden zu sein schien. Wie beim Abheben des Thermostaten sich später herausstellte, befand sich noch rothbrauner Beschlag am oberen Ende der Röhrenwandung. Wasser konnte derselbe unmöglich sein. Als nach zwei Stunden ein ziemlich harter Anschlag erzielt wurde, konnte Hahn *f* geschlossen, die Flammen gelöscht und die Spitze *d* abgebrochen werden. Im Rohr zurückgebliebene Luft war nicht nachweisbar. Bezeichne nun *V* das aus dem Füllrohr nach dem Barometermessrohr *b* eingeleitete Gesamtvolumen Gas, *v* das an *b* alsdann abgelesene Volumen, demnach $V - v$ das eventuell an der Glasoberfläche adsorbirte Gas.

Zunächst ist $V = 2,500$ ccm; $V - v = 0,045 \pm 0,002$ ccm. (Mittel aus fünfzehn an zwei Tagen gemachten Beobachtungen bei einer Temperatur von $21,00$ bis $21,93^\circ$ C. und $62,42$ bis $63,35$ mm Druck.) Dies Resultat kann jedoch keinen Anspruch auf Genauigkeit machen, da der Meniscus mit einem Filz von Glasfäden bedeckt und eine scharfe Einstellung unmöglich war. Es wurde von neuem Gas eingeleitet. Gesamtvolumen $V = 4,913$ ccm; $V - v = 0,046 \pm 0,001$ ccm. (Mittel aus zwei an demselben Tage gemachten Ablesungen bei $21,74^\circ$ und $107,31$ mm Druck.) Die Einstellung war jetzt genauer.

Zweiter Versuch mit denselben frischen Fäden: Nachdem zehn Minuten ausgepumpt und erhitzt war, löste sich Gas von der Glasoberfläche. Das Evacuiren wurde fortgesetzt wie früher. Ein Destillationsproduct war nicht bemerkbar; jedoch war nach Abschluss $0,004$ ccm Luft in *b* zurückgeblieben. Eingelassenes Gas (incl. Luft) $V = 1,985$ ccm; $V - v = 0,014 \pm 0,002$ ccm. (Mittel aus zehn an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei $20,69$ bis $22,81^\circ$ C. und $52,59$ bis $53,22$ mm Druck.) Danach neues Gas zugeleitet. Gesamtvolumen $V = 4,255$ ccm; $V - v = 0,027 \pm 0,001$ ccm. (Mittel aus dreizehn an vier Tagen angestellten Beobachtungen bei $20,05$ bis $21,56^\circ$ C. und $95,82$ bis $96,51$ mm Druck.)

Ich übergehe vorläufig die Erklärung des gefundenen Resultates, bemerke jedoch in Uebereinstimmung mit Bunsen, dass von einer nachweisbaren langsamen Condensation nicht die Rede sein kann.

Nun führte ich Wasser in einem Kügelchen in den Raum ein, in welchem sich Fäden und CO_2 befanden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass dasselbe einen Theil des Gases absorbiren wird. Dieser wurde nach der in den gasometrischen Methoden von Bunsen¹⁾ angegebenen Formel berechnet und angenommen, dass noch das ganze Volumen des Wassers, welches sich im oberen Raume in feinen Tropfen niedergeschlagen hatte, als solches vorhanden sei. Die Art der Versuchsanordnung machte es im Gegensatz zu Bunsen möglich, die *Tension des Wasserdampfes bei t^0 in Millimetern gesondert zu bestimmen und beim Druck in Abrechnung zu bringen*. Die jetzt gefundenen Resultate sind in Tab. I zusammengefasst; die am 22. bis 24. Juli angeführten Zahlen sind Mittel aus je zwei Beobachtungen.

Tabelle I.

Den 21. Juli 1887. 11^h 45'. Zugabe von 0,1745 g Wasser.

Nr. der Beob.	Zeit Tag u. Stunde	Druck (einz. Tension des Wasserdampfes)	Temperatur des Gases $t^0 \text{ C.}$	reies Volumen im Messrohr b bei t^0 ccm	Abgelesenes Gasvolumen in b v ccm	$V - v$ ccm	Vom Wasser absorb. CO_2 bei Druck Col. III u. Temp. Col. IV ccm	Condens. Gasvolumen ccm
1.	21. Juli 12 ^h 10'	85,91	20,19	36,629	3,855	0,400	0,018	0,382
2.	12 20	85,79	20,21	36,629	3,849	0,406	0,018	0,388
3.	12 30	85,48	20,36	36,575	3,828	0,427	0,018	0,410
4.	12 40	85,40	20,29	36,535	3,821	0,434	0,018	0,416
5.	12 50	85,14	20,31	36,508	3,806	0,449	0,018	0,431
6.	2 15	82,44	21,18	36,441	3,683	0,587	0,017	0,570
7.	2 30	82,27	20,95	36,373	3,654	0,601	0,017	0,584
8.	2 45	81,74	20,89	36,306	3,628	0,627	0,017	0,610
9.	3 —	81,52	20,82	36,252	3,612	0,643	0,017	0,626
10.	3 15	81,47	20,79	36,238	3,609	0,646	0,017	0,629
11.	3 30	80,99	20,79	36,198	3,584	0,671	0,017	0,654
12.	3 45	80,82	20,77	36,171	3,574	0,681	0,017	0,664
13.	4 15	80,46	20,57	36,090	3,553	0,702	0,017	0,686
14.	4 45	80,11	20,41	36,009	3,529	0,726	0,017	0,709
15.	22. Juli	73,59	19,19	34,617	3,131	1,123	0,015	1,108
16.	23. "	67,72	19,81	34,617	2,875	1,380	0,014	1,366
17.	24. "	64,73	21,14	34,156	2,700	1,556	0,013	1,543
18.	25. "	61,68	21,42	31,424	2,590	1,665	0,013	1,652

1) R. Bunsen, Gasom. Meth. p. 219.

Es sind folglich mit Abrechnung des früher eventuell adsorbirten Gasvolumens von 0,027 ccm nach Einführung von Wasser an der 1,28620 qm betragenden Glasoberfläche am ersten Tage 1,084, am zweiten 0,258, am dritten 0,175 und am vierten 0,108; in vier Tagen also von 4,228 ccm CO_2 1,625 ccm condensirt worden. Die Verdichtung ist am ersten Tage bei weitem am grössten und besonders sofort nach Einführung des Wassers. Der Verlauf ist auf der bezüglichen Curve Fig. 22 graphisch dargestellt. Das Glasrohr hatte während des Erhitzens und Auspumpens keine die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitende Volumenveränderung erlitten.

B. Gekochte Fäden.

Erster Versuch: In ein neues, sorgfältig calibrirtes Rohr wurden 15,265 g gekochte Fäden eingeschoben. Dieselben repräsentiren (incl. der inneren Wandung von 0,01291 qm) eine Glasoberfläche von 1,30915 qm. Nachdem zehn Minuten lang ausgepumpt und erhitzt war, trat die früher beobachtete Erscheinung ein, dass sich Gas loslöste; ebenso war Feuchtigkeit im Trockenrohr bemerkbar. Ein Destillationsproduct kam hier nicht zum Vorschein; im Messrohr war keine Luft zurückgeblieben. Eingelassenes Kohlensäurevolumen $V = 2,822$ ccm; $V - v = 0,014 \pm 0,001$ ccm. (Mittel aus acht an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei 23,41 bis 24,64° C. und 65,03 bis 65,18 mm Druck.)

Zweiter Versuch mit denselben gekochten Fäden: $V = 2,283$ ccm (incl. der im Rohr zurückgebliebenen Luft von 0,008 ccm); $V - v = 0,029 \pm 0,001$ ccm (Mittel aus sechs an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei 26,21 bis 26,97° C. und 55,72 bis 56,13 mm Druck). Dann wurde Gas nachgefüllt. Gesamtvolumen $V = 4,152$; $V - v = 0,050 \pm 0,002$ ccm (Mittel aus sechs an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei 25,19 bis 27,69° C. und 88,70 bis 89,21 mm Druck). Jetzt wurde in gleicher Weise wie früher Wasser zugegeben. Die Resultate stehen in Tab. II. Die vom 2. August bis 6. September angeführten Zahlen sind Mittel aus mehreren Beobachtungen.

Tabelle II.

Den 1. August 1887. 11^h 20'. Zugabe von 0,0790 g Wasser.

Nr. der Beob.	Zeit Tag u. Stunde	Druck (einacht. Tension des Wasserdampfes)	Temperatur des Gases	Freies Volumen im Messrohr <i>b</i> bei <i>p</i>	Abgelesenes Gasvolumen in <i>b</i>	$V - v$	Von Wasser absorb. CO_2 bei Druck Col. III u. Temp. Col. IV	Condens. Gasvolumen
		mm	$^\circ \text{C.}$	ccm	<i>v</i> ccm	ccm	ccm	ccm
1.	1. Aug. 2 ^h 35'	79,99	26,13	89,096	3,755	0,397	—	—
2.	2 50	79,86	26,19	89,096	3,748	0,404	—	—
3.	3 5	79,71	26,32	89,096	3,740	0,412	—	—
4.	3 20	79,68	26,34	89,096	3,738	0,414	—	—
5.	2. "	77,77	22,53	87,985	3,589	0,563	0,007	0,556
6.	3. "	76,64	21,65	87,674	3,520	0,632	"	0,625
7.	5. "	75,61	20,25	87,100	3,435	0,717	"	0,710
8.	6. "	75,03	20,29	87,100	3,408	0,744	"	0,737
9.	8. "	72,91	22,56	87,817	3,348	0,804	"	0,797
10.	26. "	68,76	18,48	86,910	3,127	1,025	"	1,018
11.	27. "	68,59	19,31	87,039	3,121	1,031	"	1,024
12.	30. "	67,59	21,17	87,255	3,074	1,078	0,006	1,072
13.	1. September	67,26	21,19	87,248	3,058	1,094	"	1,088
14.	6. "	64,88	20,35	87,877	3,008	1,144	"	1,138

Das Wasser, welches noch am 1. September in der Kugel bemerkbar war, schien am 6. September verschwunden zu sein. Das Vorhandensein von Wasserdampf liess sich jedoch durch einen am 9. September angestellten Abkühlungsversuch mit Aether (-13°C.) nachweisen.

Es ist mit Abrechnung des früher eventuell adsorbirten Gasvolumens — 0,053 ccm zu Folge der letzten Ablesung — nach Einführung von Wasser an der 1,30915 qm grossen Oberfläche am ersten Tage 0,500, am zweiten 0,074, am dritten und vierten Tage zusammen 0,083, in vier Tagen also 0,657 von 4,152 ccm Gas verdichtet worden. Der Verlauf der Condensation ist Fig. 22 graphisch dargestellt.

Fassen wir nun — auf die Frage einer anfänglichen Condensation, welche Bunsen entgangen sein konnte, soll sofort eingegangen werden — die durch die letzte Art der Versuche gewonnenen Resultate zusammen, so ist zunächst das von Bunsen gefundene Resultat bestätigt:

Wenn von der Oberfläche der Fäden jede Spur von Feuchtigkeit entfernt ist, was durch Erhitzung bis 531° und Auspumpung mittelst der Quecksilberluftpumpe unter An-

wendung von Phosphorsäureanhydrid geschehen kann, so findet bei den frischen, wie bei den gekochten Fäden keine merkbare Condensation statt.

Ferner sind wir zu folgendem Schluss berechtigt:

Nach Zugabe von Wasser tritt sofort die Verdichtung ein, und zwar ist dieselbe anfänglich, d. h. in den ersten Minuten, eine lebhaftere. Hierbei zeigte sich aber wieder der Unterschied zwischen den frischen und gekochten Fäden, indem bei den ersteren die Condensation viel schneller vor sich geht, als bei den letzteren. Bei den frischen Fäden wird in einem Tage genau so viel Gas condensirt, wie bei den gekochten erst nach einem Monat.

Es handelte sich nun darum, zu untersuchen, ob der anfängliche Verlust wirklich einer Adsorption zuzuschreiben ist. Das Zweckmässigste war jedenfalls, den gleichen Versuch mit dem leeren Rohr anzustellen.

C. Leeres Rohr.

Erster Versuch: Derselbe wurde ganz ebenso wie früher mit den Fäden angestellt, sodass ich wohl die Einzelheiten übergehen kann; nur sei hervorgehoben, dass hierbei niemals die Erscheinung von sich ablösendem Gase beobachtet wurde. $V = 3,134$ ccm; $V - v = 0,027 \pm 0,002$ ccm (Mittel aus sechs an drei Tagen angestellten Beobachtungen bei 16,45 bis 17,00° C. und 57,53 bis 60,70 mm Druck). Dann Gas nachgefüllt. $V = 5,565$ ccm; $V - v = 0,052 \pm 0,003$ ccm (Mittel aus vier an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei 14,18 bis 15,48° C. und 96,04 bis 96,71 mm Druck).

Zweiter Versuch: Derselbe gab ebenfalls eine Differenz $V - v = 0,029 \pm 0,001$ ccm (Mittel aus vier an zwei Tagen angestellten Beobachtungen bei 12,48 bis 13,06° C. und 64,12 bis 66,30 mm Druck).

Vergleichen wir nun die Resultate bei Anwesenheit mit frischen und gekochten Glasfäden, sowie bei dem leeren Rohr, so ergibt sich daraus, dass das scheinbar verschwundene Gasvolumen nicht an der Oberfläche der Fäden adsorbirt sein kann. Auch aus einer Abweichung der Kohlensäure vom Boyle'schen Gesetz — hierzu wurden be-

sondere Untersuchungen angestellt — konnte eine Erklärung dafür nicht hergeleitet werden. Es ist somit der Schluss berechtigt, dass von einer mit den verfügbaren Hilfsmitteln festzustellenden anfänglichen Adsorption nicht die Rede ist. Ich will dazu noch bemerken, dass beim Einfüllen einige Gasblasen an der Wandung der Röhre hängen blieben, die nicht nach dem oberen Theile der Röhre hinaufgebracht werden konnten; ferner, dass nur der die Fäden enthaltende obere Theil der Röhre auf 531° erhitzt werden konnte. Es wäre immerhin möglich, dass, wenn auch der übrige Theil der Röhre mit einem Bunsenbrenner erwärmt worden, doch an der inneren Röhrenwandung eine minimale Wasserschicht haften geblieben wäre, welche ihrerseits eine freilich wohl als gering anzunehmende Condensation des Gases beim Ueberfüllen hätte bewirken können. Oder sollte vielleicht Kohlensäure beim Durchgang durch das Quecksilber absorbiert werden?

Ich schliesse hiermit diesen Theil der Arbeit und gehe zu folgender Erörterung über. Aus den zuerst angestellten Versuchen ergab sich, dass es leichter gelang, die mit siedendem Wasser behandelten Fäden als die frisch gesponnenen zu trocknen. In Bezug auf diese Thatsache schien es nicht uninteressant zu sein, den schon von Bunsen angestellten Versuch über das bei verschiedenen Temperaturen auf den Fäden noch festgehaltene Wasser in gleicher Weise, einmal mit den frischen, dann mit den gekochten Fäden, zu wiederholen. Ich verweise hierbei auf die betreffende Abhandlung Bunsen's¹⁾, der ich mich fast genau angeschlossen habe, sowie auf meine Originalmittheilung.²⁾ In dem Apparat mit den frischen Fäden waren 17,908 g, in demjenigen mit den gekochten 14,065 g eingeschlossen. Die ersteren repräsentiren eine Oberfläche von 1,5174 qm, die letzteren eine solche von 1,1945 qm.

Die Trockenresultate sind in Tab. III zusammengestellt.

1) Bunsen, Wied. Ann. 21. p. 326. 1885.

2) H. Krause, Inauguraldiss. Halle 1888. p. 74.

Tabelle III.

a. Gekochte Fäden.					b. Frische Fäden.					c. Gekochte Fäden. für 17,908 g berechnet				
I.	II.	III.	IV.	V.	I.	II.	III.	IV.	V.	I.	II.	III.	IV.	V.
Temp.	Stunden der Trocknung	Gewichtszu- nahme bei d. einzel. Stund.	Gewichtszu- nahme b. einer const. Temp.	Gesamt- gewichtszu- nahme	Temp.	Stunden der Trocknung	Gewichtszu- nahme bei d. einzel. Stund.	Gewichtszu- nahme b. einer const. Temp.	Gesamt- gewichtszu- nahme	Temp.	Stunden der Trocknung	Gewichtszu- nahme bei d. einzel. Stund.	Gewichtszu- nahme b. einer const. Temp.	Gesamt- gewichtszu- nahme
° C.		mg	mg	mg	° C.		mg	mg	mg	° C.		mg	mg	mg
7,5	21	11,98	11,98	11,98	7	18	22,75	26,02	22,75	7,5	21	15,25	15,25	15,25
—	23	—	—	—	6	21	2,30	—	25,05	—	23	—	—	—
247	6	13,08	13,08	25,06	5	21 1/2	0,97	—	26,02	—	—	16,65	16,65	31,90
361	6	1,62	—	—	247	9	13,73	14,30	39,75	247	6	—	—	—
427	6	0,36	1,98	26,68	361	10 1/2	0,37	—	40,32	361	6	2,06	—	33,96
502	6	2,15	2,71	29,19	—	8	1,53	4,86	45,13	—	6	0,46	2,52	34,42
—	6	0,36	—	29,75	—	8	0,05	—	45,18	—	6	2,74	—	37,16
—	5 1/2	—	0,94	30,69	427	10	3,91	5,64	49,09	427	6	0,71	3,45	37,87
—	3 1/2	—	—	—	—	8	1,40	—	50,49	—	6	—	—	—
—	—	—	—	—	502	7	0,33	3,77	50,82	502	5 1/2	1,20	1,20	39,07
—	—	—	—	—	531	7 1/2	3,04	—	54,59	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	5	0,73	0,77	55,36	—	—	—	—	—

Das mithin auf den Fäden zurückgehaltene, bei den betreffenden constanten Temperaturen nicht verdampfbare Wasser ist aus Tab. IV zu ersehen.

Tabelle IV.

a) Gekochte Fäden 14,065 g		b) Frische Fäden 17,908 g		c) Gekochte Fäden auf 17,908 g umgerech.	
t°	mg	t°	mg	t°	mg
7,5	18,71	6,2	29,34	7,5	23,82
247	5,63	247	15,04	247	7,17
361	3,65	361	10,18	361	4,65
427	0,94	427	4,54	427	1,20
502	0,00	502	0,77	502	0,00
		531	0,00		

Es wird demnach nach der allmählich erhöhten Trocknung bei t° auf den Fäden noch eine Wasserschicht sich befinden, deren Höhe bei 0°C . $h_x = g/a^2$ sein wird, wenn g das noch nicht verdunstete Wasser und a^2 die Oberfläche vorstellt. Die vergleichende Zusammenstellung hierüber steht in Tab. V.

Tabelle V.

Höhe der Wasserschicht für frische und gekochte Fäden bei 4°C . nach Trocknung bei $t^\circ \text{C}$.

Temp. $t^\circ \text{C}$.	Frisehe Fäden $h_x = \text{mm}$	Gekochte Fäden $h_x = \text{mm}$
7	0,0 ₄ 1934	0,0 ₁ 1566
247	0,0 ₈ 991	0,0 ₃ 471
361	0,0 ₈ 671	0,0 ₃ 305
427	0,0 ₂ 299	0,0 ₇ 9
502	0,0 ₅ 51	0,0 ₈
531	0,0 ₈	

Aus den Resultaten ergibt sich, dass die schon früher gemachte Beobachtung, die Trocknung der Fäden betreffend, vollauf bestätigt wird: Die frischen Fäden haben das Vermögen, die auf ihrer Oberfläche befindliche höhere Wasserschicht hartnäckiger festzuhalten als die gekochten.

Die bei den einzelnen Versuchen der Arbeit gewonnenen Hauptresultate lassen sich in gedrängter Form, ohne jede Zahlenangabe, schliesslich dahin aussprechen:

I. Bei Abwesenheit von Wasser findet an blanken Glasflächen, mögen dieselben alkalihaltig oder durch Behand-

lung mit siedendem Wasser an ihrer Oberfläche selbst alkaliarm gemacht worden sein, überhaupt keine Condensation oder merkliche Adsorption des zugeleiteten und dadurch mit den betreffenden Flächen in Berührung gebrachten Gases statt, und zwar weder im ersten Augenblick, was über Bunsen's Resultat hinausgeht, noch im Laufe der Beobachtungszeit.

II. Wird den von Feuchtigkeit vollständig befreiten Fäden Wasser zugeführt, so stellt sich sofort eine Verdichtung des Gases an der Glasoberfläche ein, und zwar ist dieselbe an der alkalireicheren Oberfläche bei weitem stärker, als an der alkaliärmeren. In beiden Fällen ist die Condensation in den ersten Minuten eine lebhafte. (Da auch die gekochten Fäden Adsorption, resp. Condensation zeigten, ist hiermit die von Warburg und Ihmori aufgeworfene Frage beantwortet.)

III. Die auf der alkalireichen Oberfläche von Glasfäden zurückgehaltene, bei den betreffenden, successive erhöhten Temperaturen nicht verdampfbare Wassermenge ist grösser als bei denjenigen Glasfäden, welchen durch Behandlung mit siedendem Wasser an der Oberfläche Alkalien entzogen worden sind. Ferner gelingt es in kürzerer Zeit, namentlich bei niederen Temperaturen, die Feuchtigkeit durch Trockenstrom von den gekochten Fäden zu entfernen.

Vorstehende Arbeit wurde auf Vorschlag des Hrn. Prof. Dr. Dorn unternommen, welchem ich für die Hülfe, die er mir dabei mit Rath und That gütigst zu Theil werden liess, auch an dieser Stelle den ergebensten Dank ausspreche.

Mit weiteren, sich daran anschliessenden Untersuchungen über andere Substanzen bin ich beschäftigt.

Halle a. S., Physik. Laboratorium.

Berichtigungen.

(M. Planck.)	p. 632	Z. 13	v. u.	lies	p. 630	statt	566.
	" 635	" 3	v. o.	"	" 630	"	566.
	" 635	" 17	v. o.	"	" 631	"	567.
	" 639	" 4	v. u.	"	" 635	"	571.
	" 641	" 3	v. u.	"	" 636	"	572.

Fig. 1.

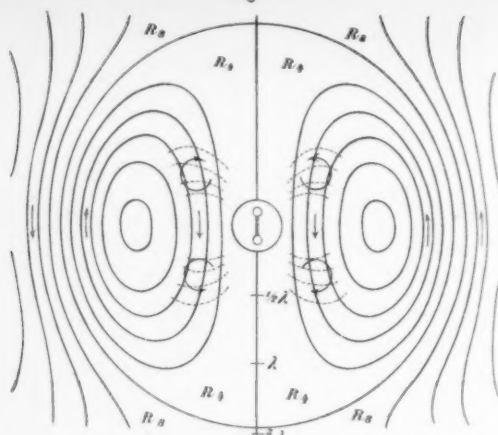


Fig. 2.

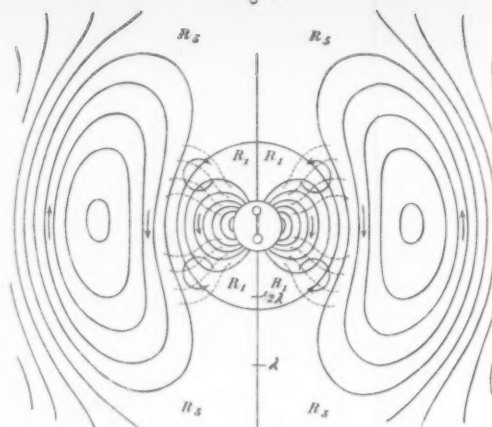


Fig. 3.

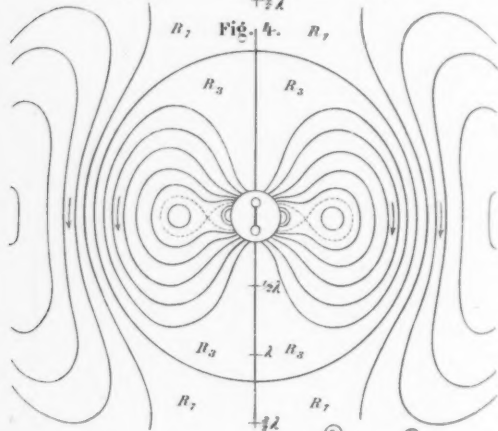


Fig. 4.

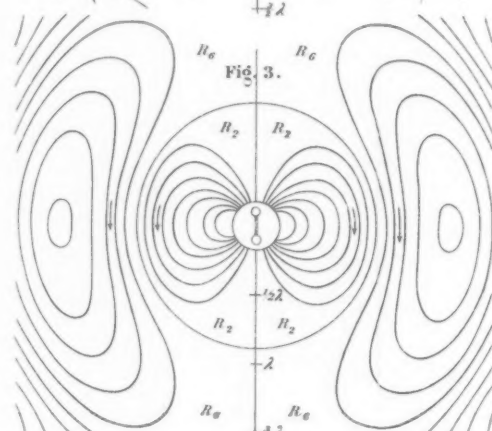


Fig. 5.

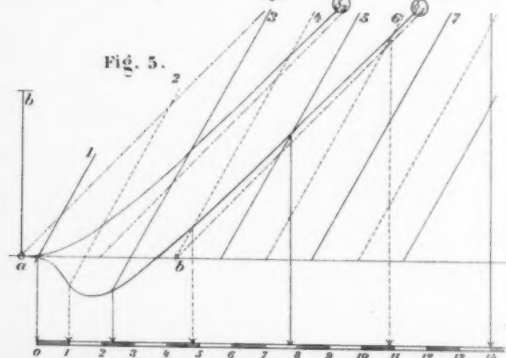


Fig. 6.

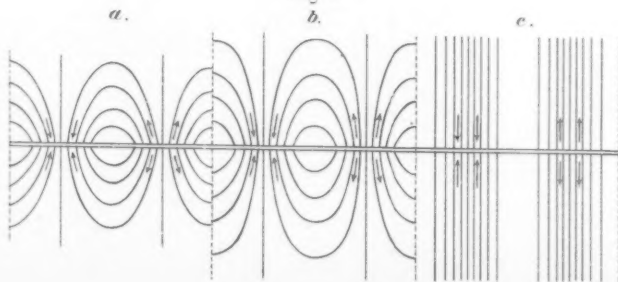
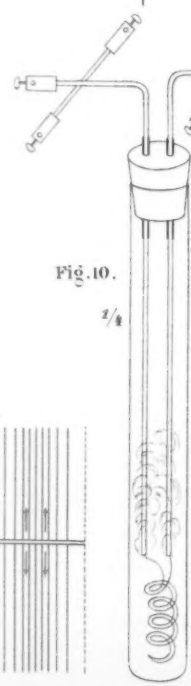


Fig. 10.



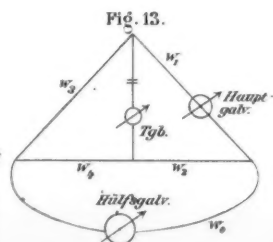
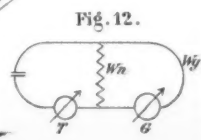
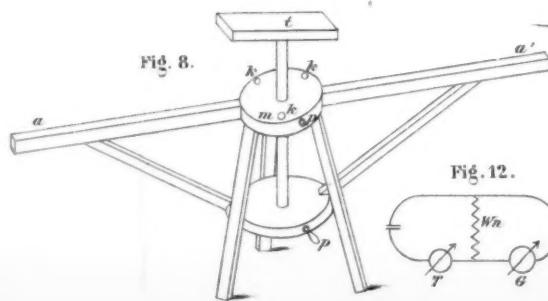
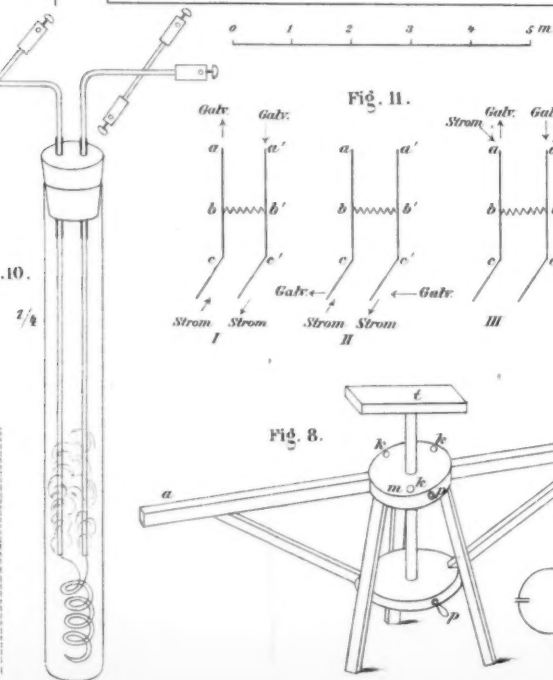
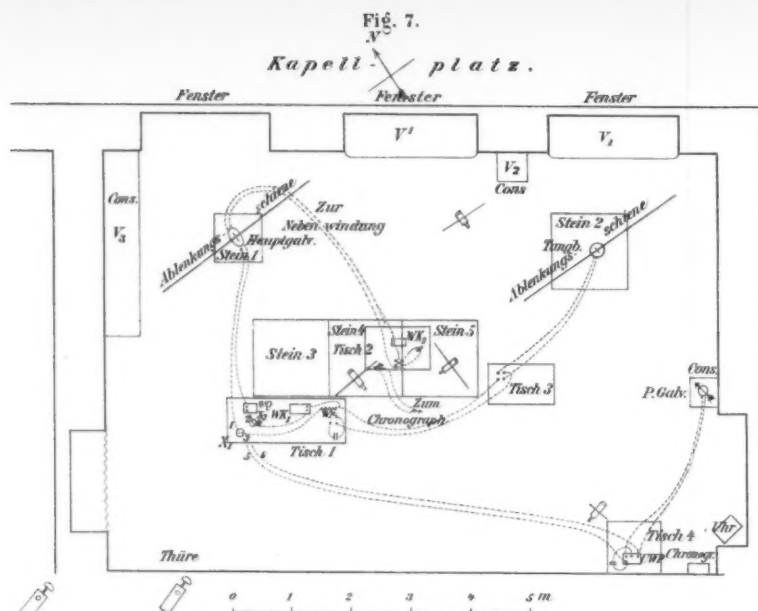
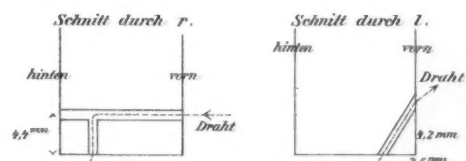


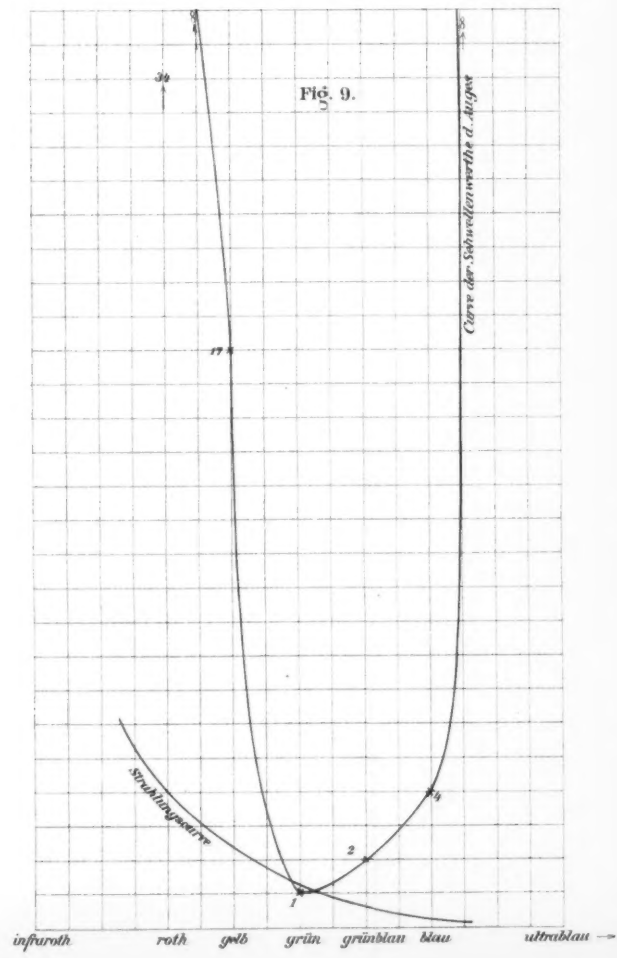
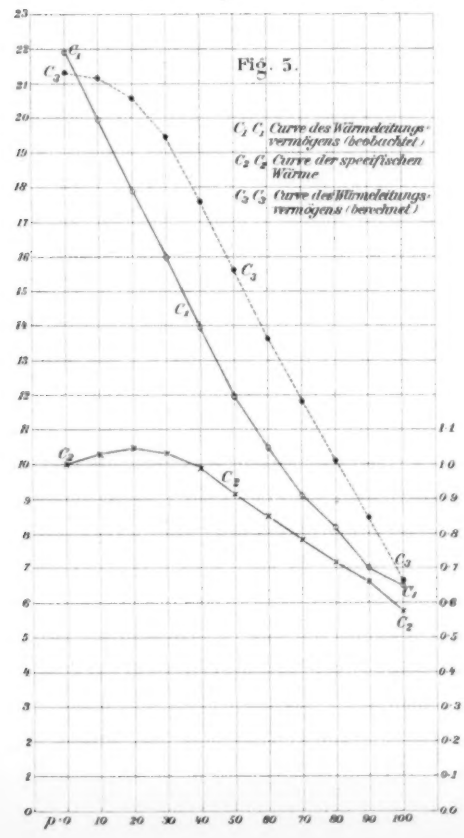
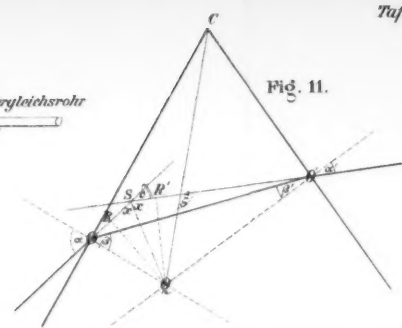
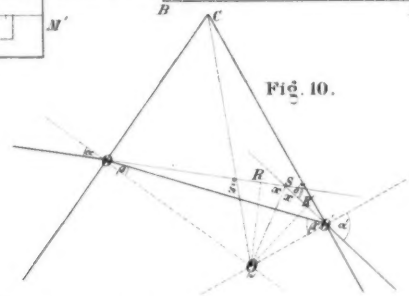
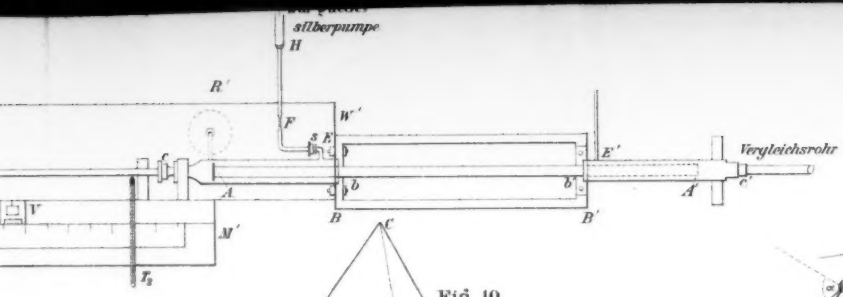
Fig. 9.



zu Fig. 9.

Ansicht von unten.





er Fig. 5. Jäger Fig. 6-8. Emden Fig. 9. Hess Fig. 10-11.

Fig. 1.

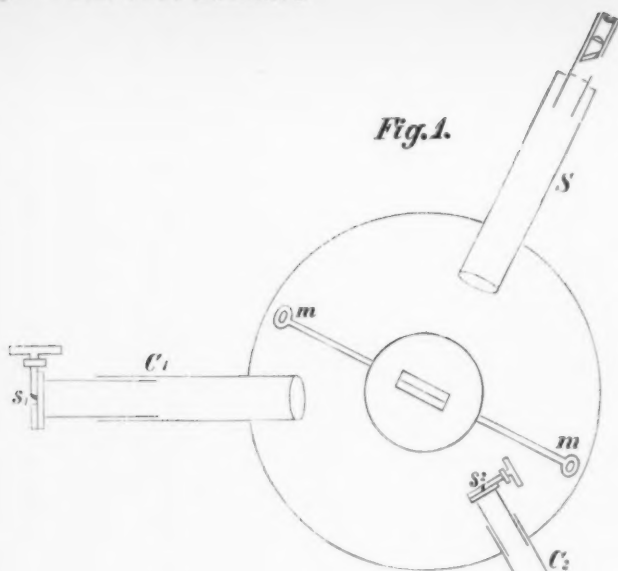


Fig. 6.

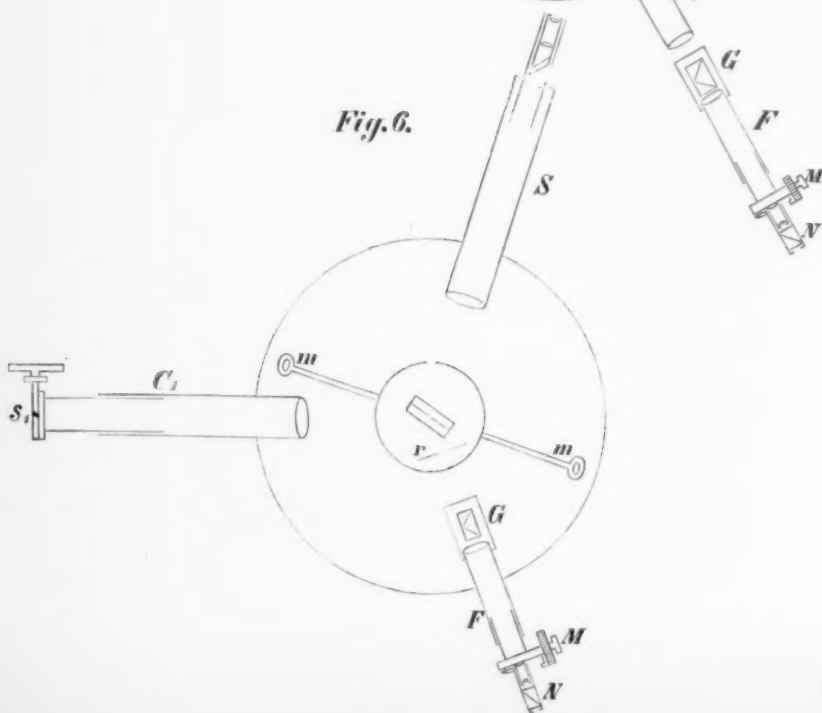


Fig. 4
(Glasplatte)
1/2 Größe.

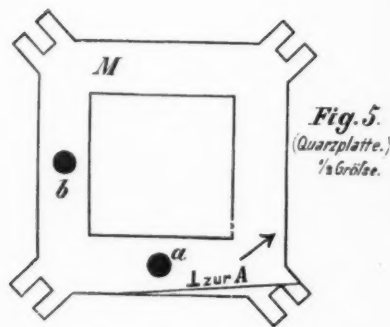
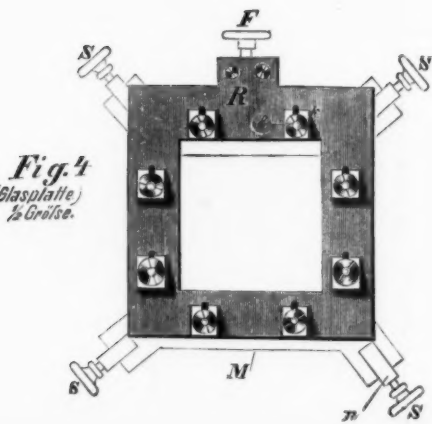
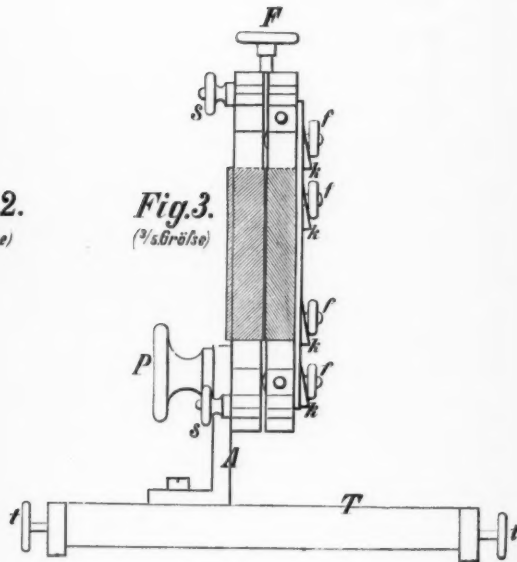
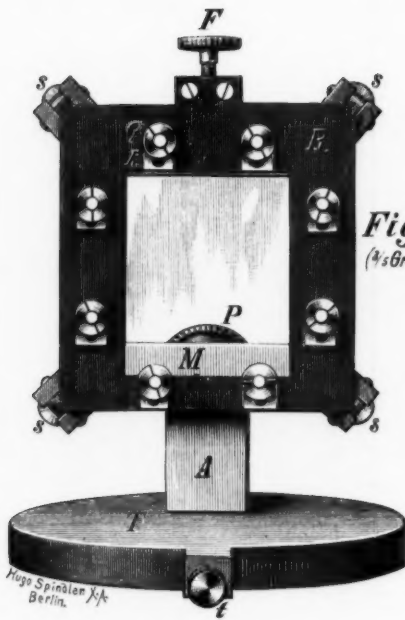


Fig. 1.

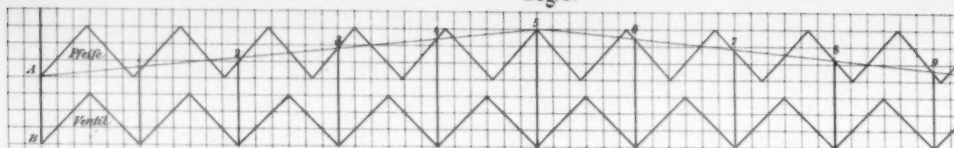


Fig. 2.

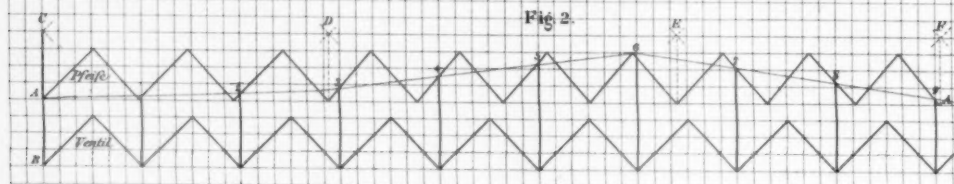


Fig. 3.

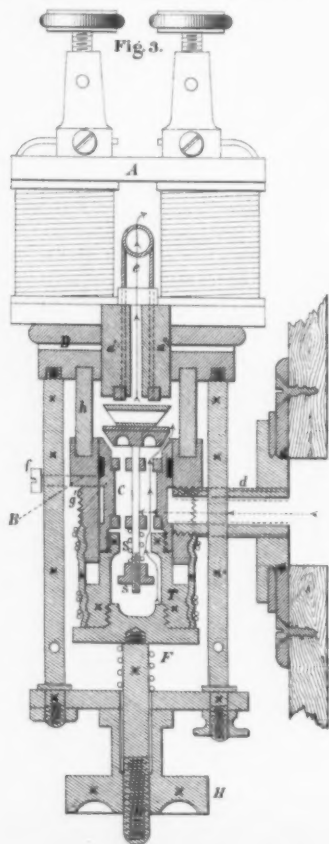


Fig. 3 a.

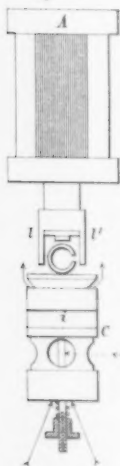


Fig. 4 a.

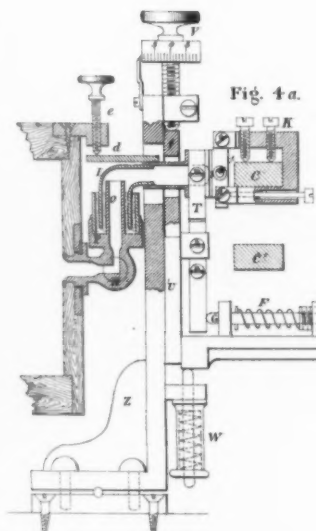
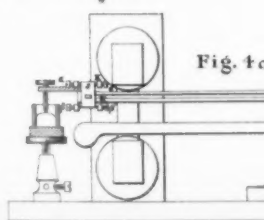


Fig. 4 b.



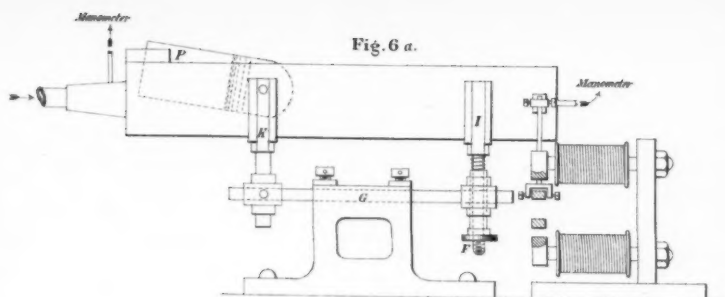
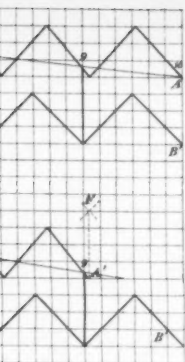


Fig. 4 b.

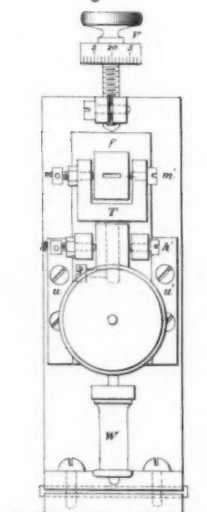


Fig. 6 b.

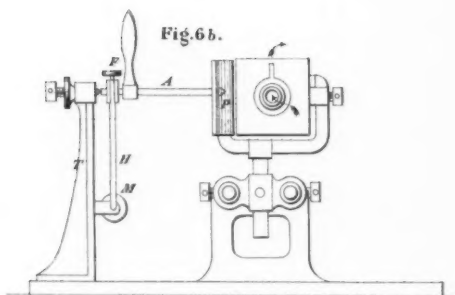


Fig. 5.

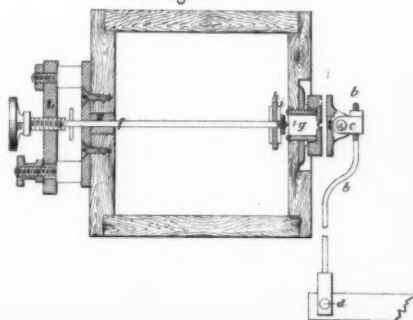


Fig. 5 a. Fig. 5 b.



Fig. 4 a.

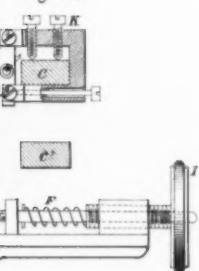
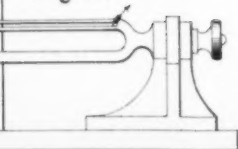


Fig. 4 c.



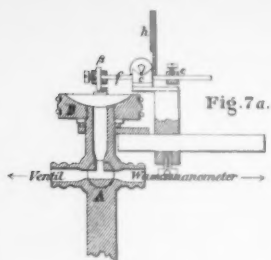


Fig. 7 a.

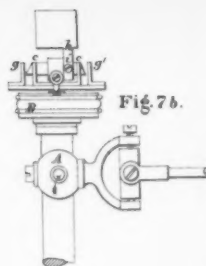


Fig. 7 b.

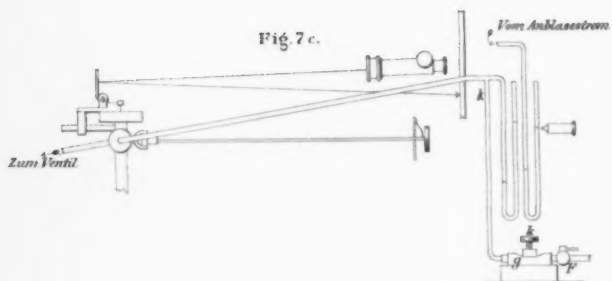


Fig. 7 c.

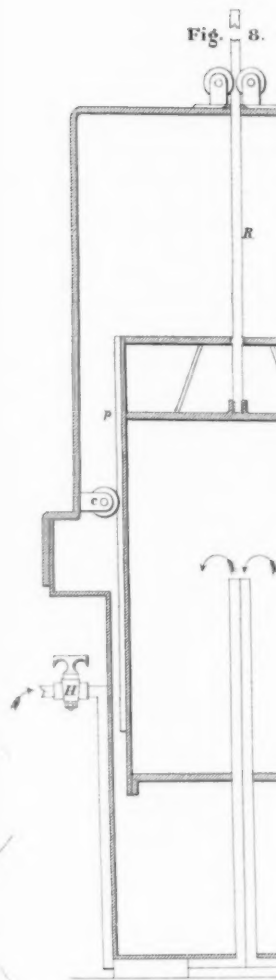
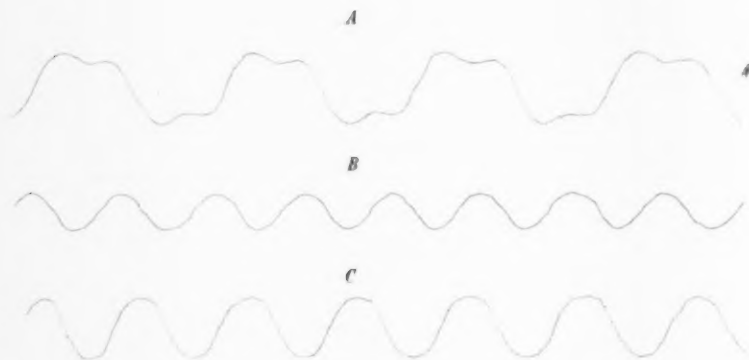


Fig. 8.

Fig. 10.

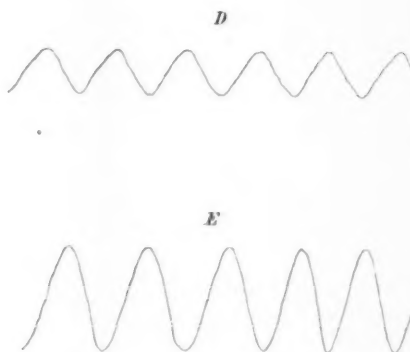
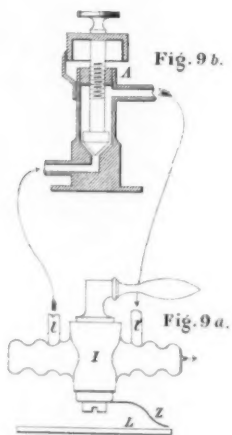
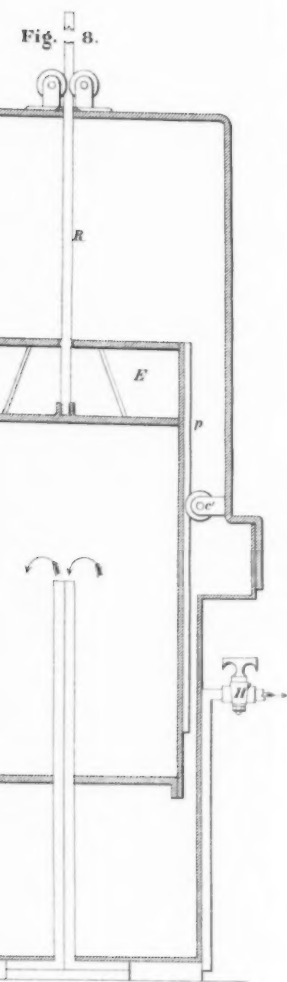
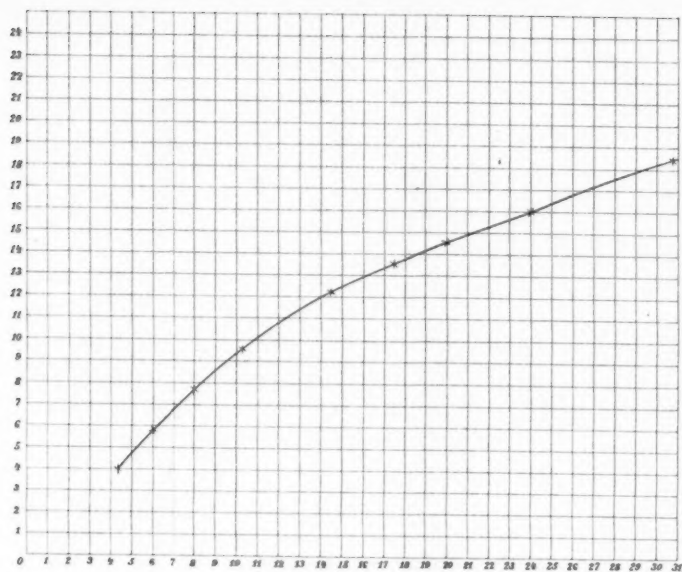


Fig. 1.

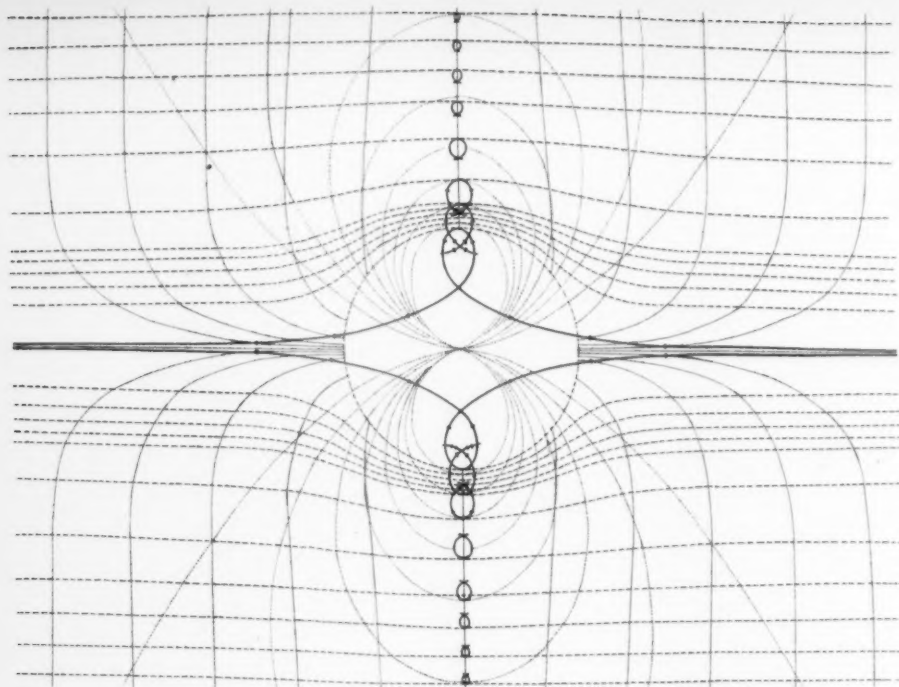


Fig. 3.

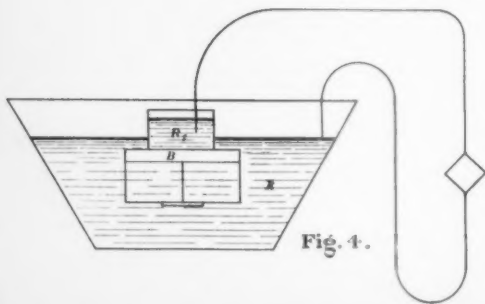
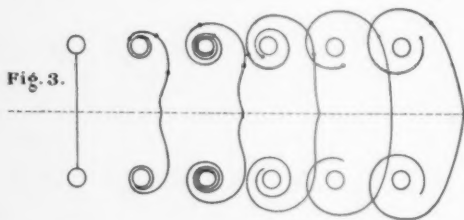


Fig. 4.

Fig. 5.

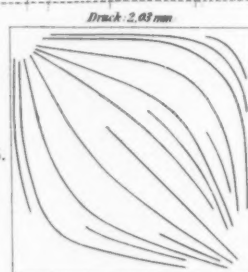


Fig. 6.

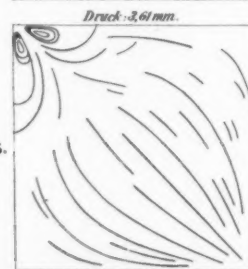


Fig. 7.

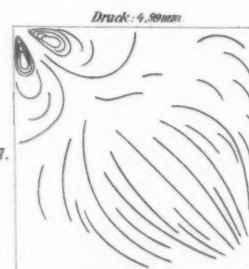


Fig. 8.

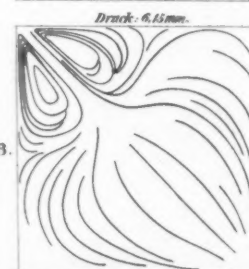


Fig. 2.

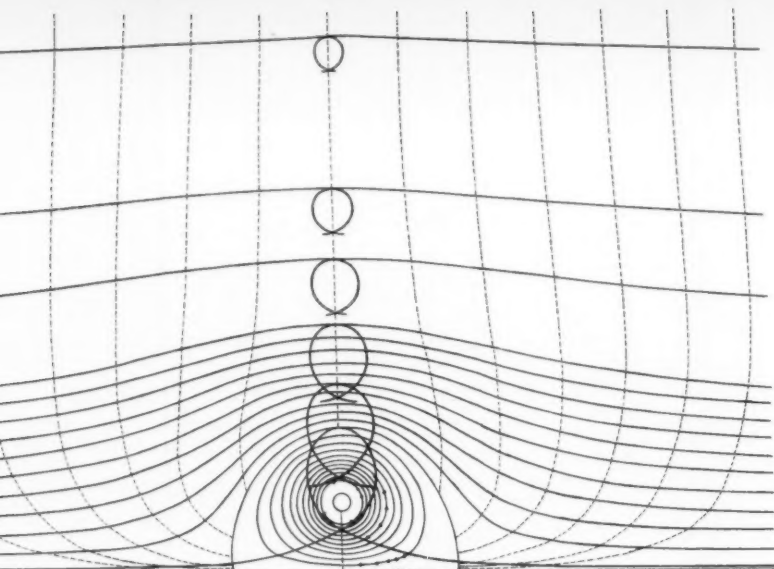


Fig. 13.

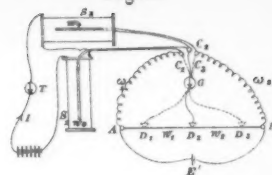


Fig. 14.

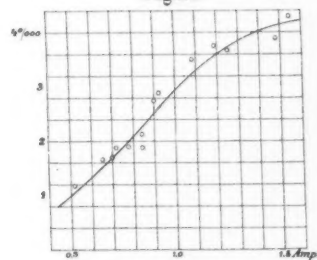


Fig. 15.

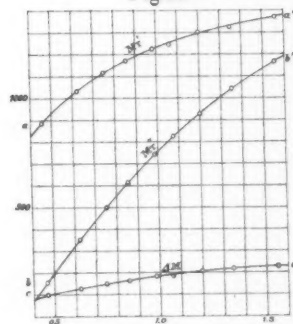
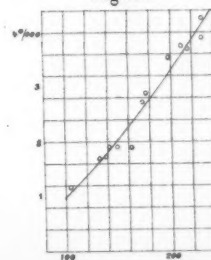


Fig. 16.



90mm.



Fig. 9.

Druck: 7,51 mm.

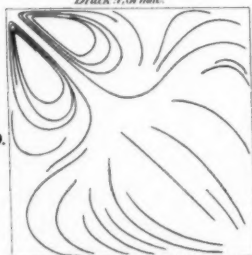
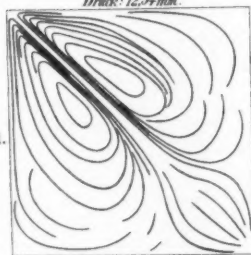


Fig. 11.

Druck: 12,54 mm.



6,15 mm.



Fig. 10.

Druck: 9,78 mm.

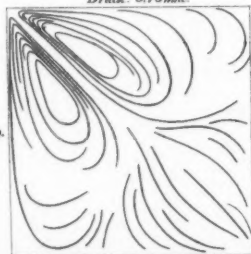
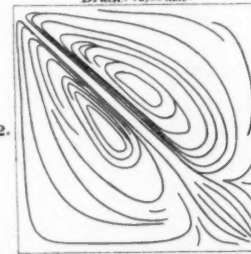


Fig. 12.

Druck: 16,50 mm.



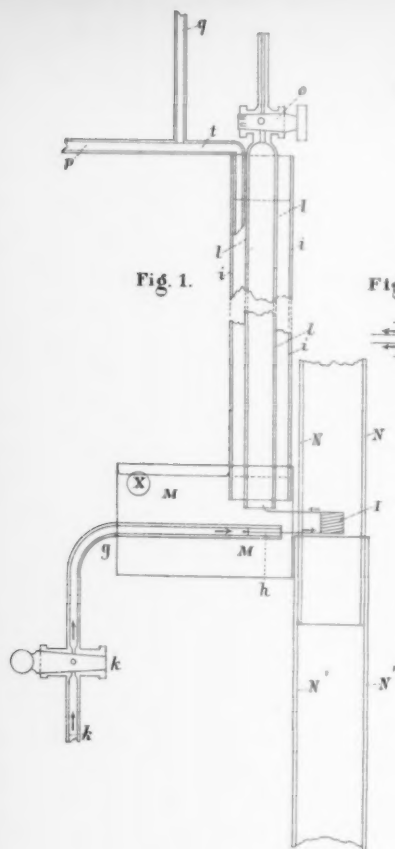


Fig. 1.

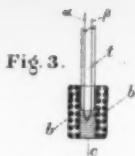


Fig. 3.

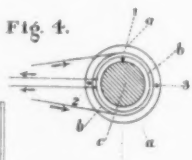


Fig. 4.

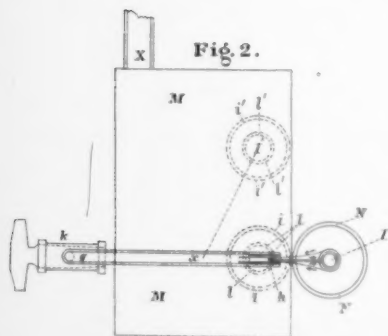


Fig. 2.

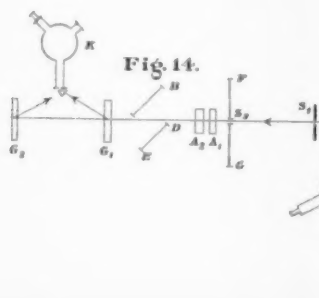


Fig. 14.

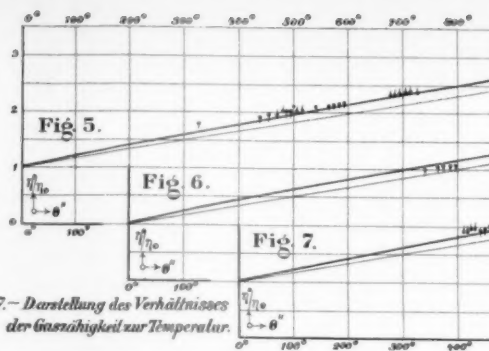


Fig. 5, 6, 7. — Darstellung des Verhältnisses der Gasviskosität zur Temperatur.

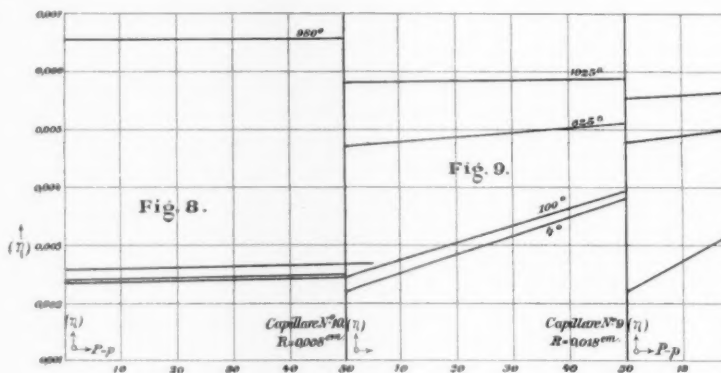


Fig. 8.

Fig. 9.

Capillare No. 10
 $R = 0.008 \text{ cm.}$

Capillare No. 9
 $R = 0.015 \text{ cm.}$

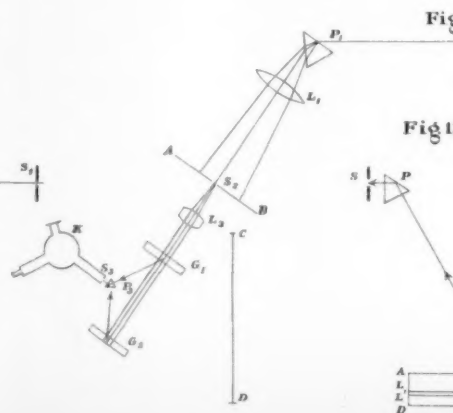
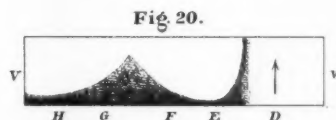
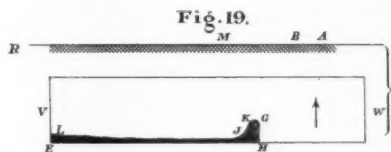
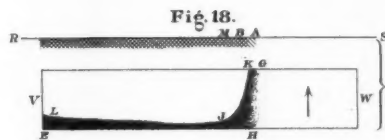
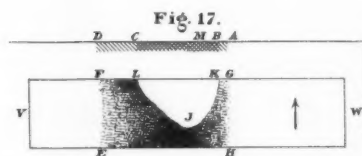
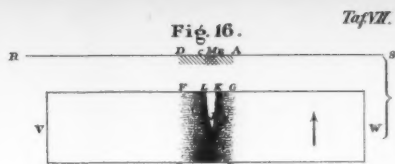
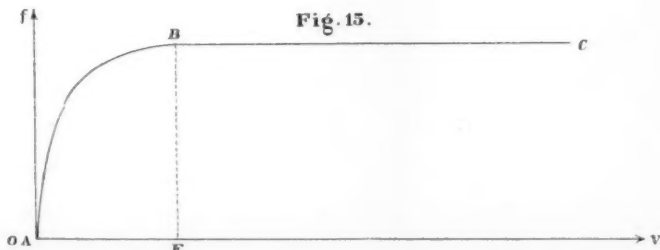
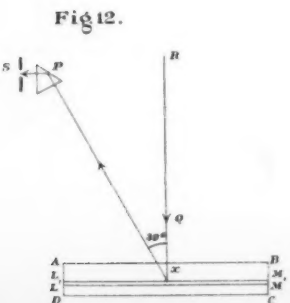
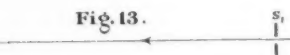
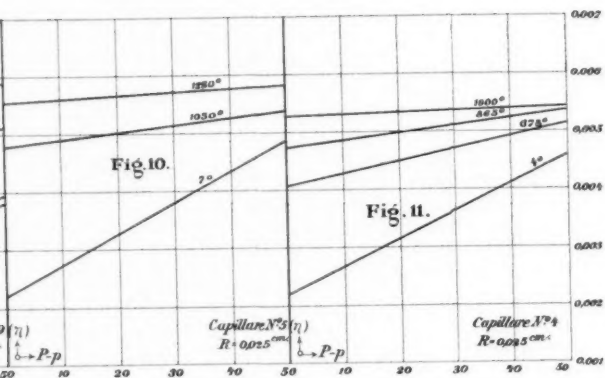
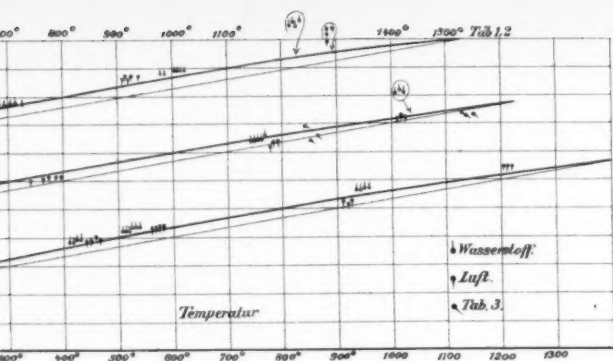
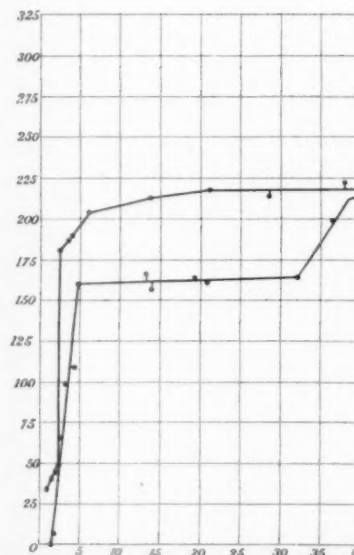
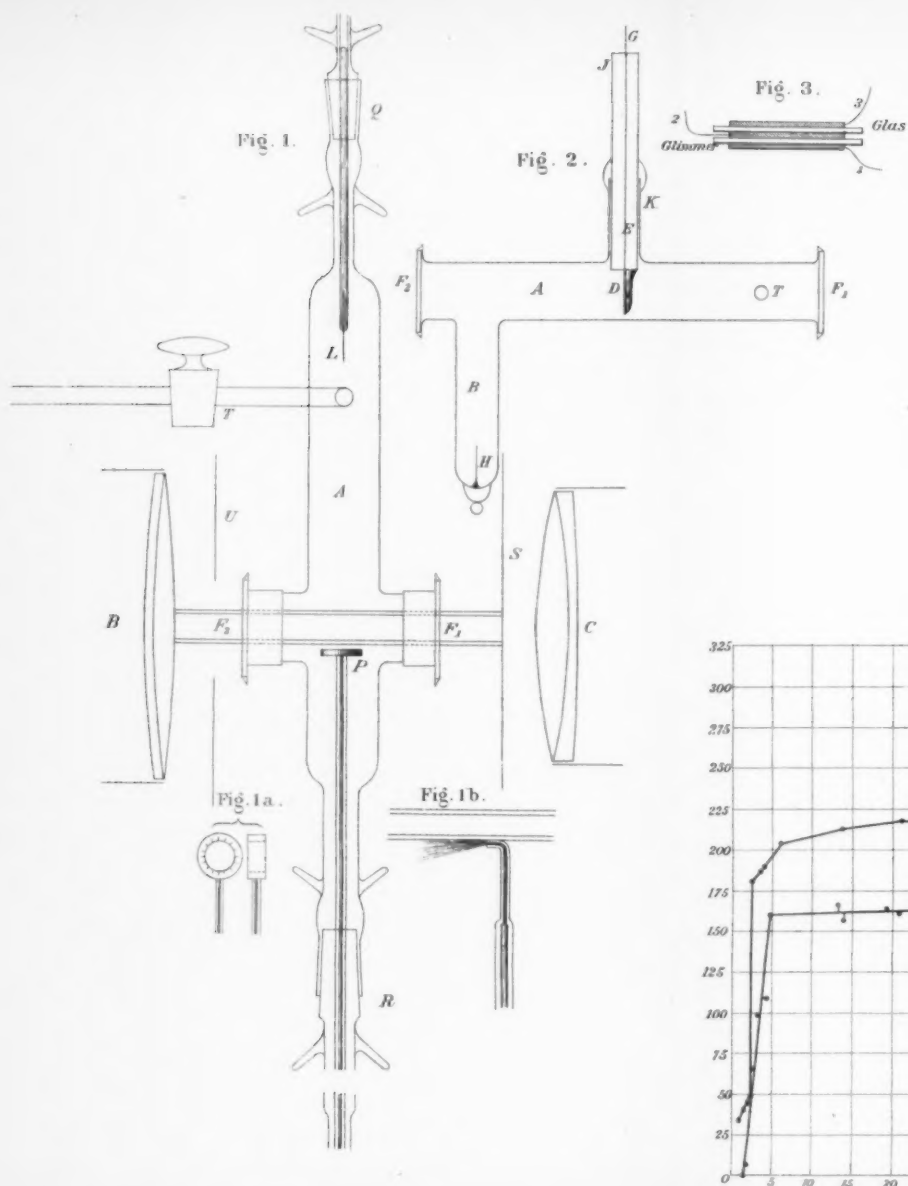


Fig. 10.





E. Wiedemann u. Ebert Fig. 1-2. Schultze Fig. 3-4.

Fig. 4.

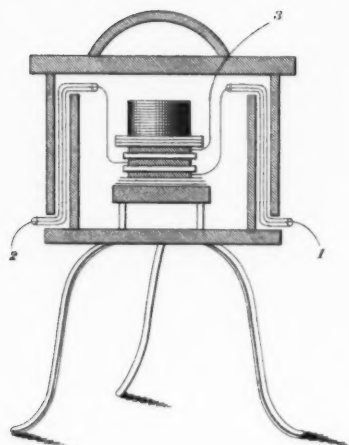


Fig. 6.

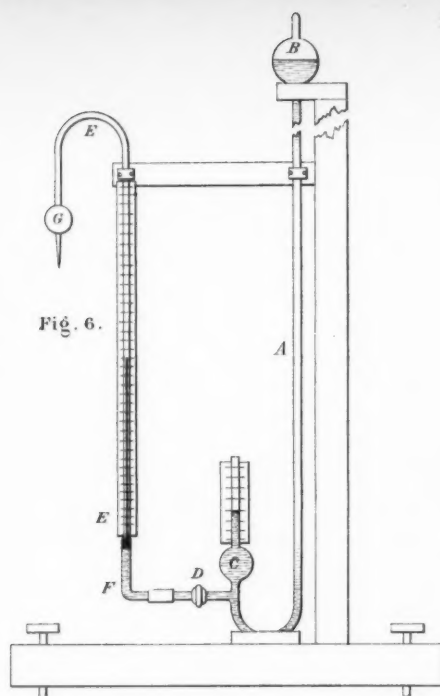


Fig. 5.

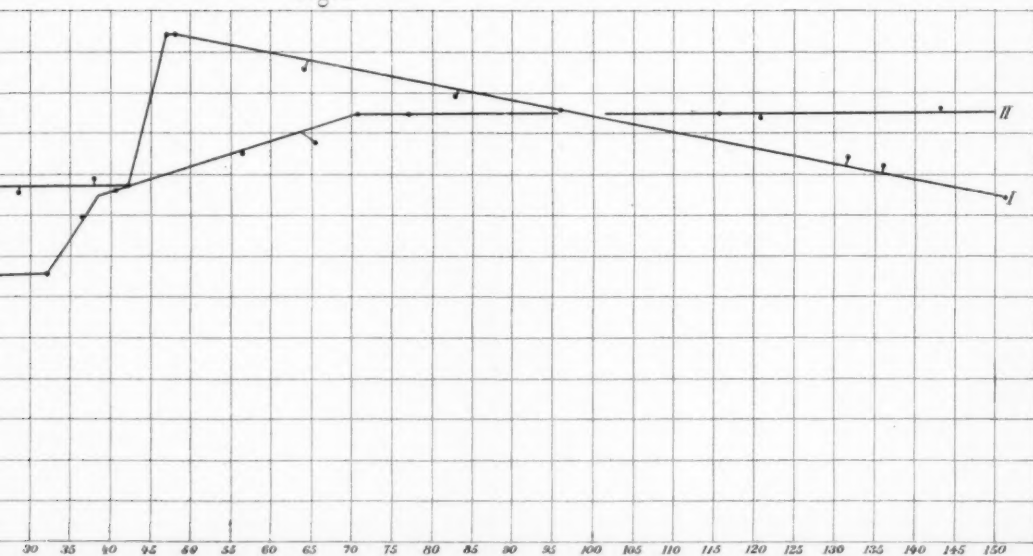


Fig. 3-4. Schreber Fig. 5. Müller Fig. 6.

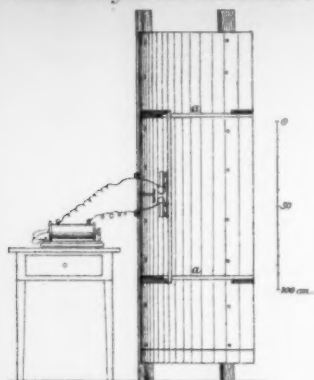


Fig. 1.

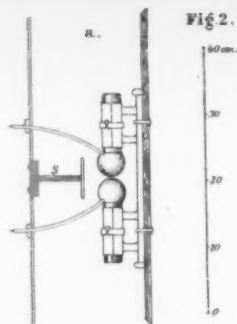
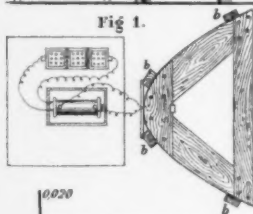


Fig. 2.

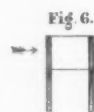
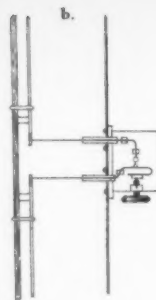


Fig. 5.



Fig. 6.

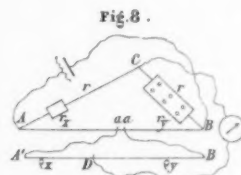


Fig. 8.

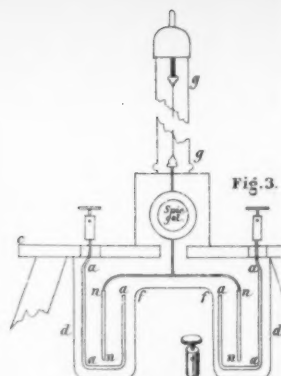


Fig. 3.

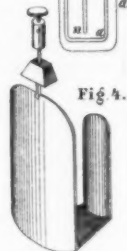
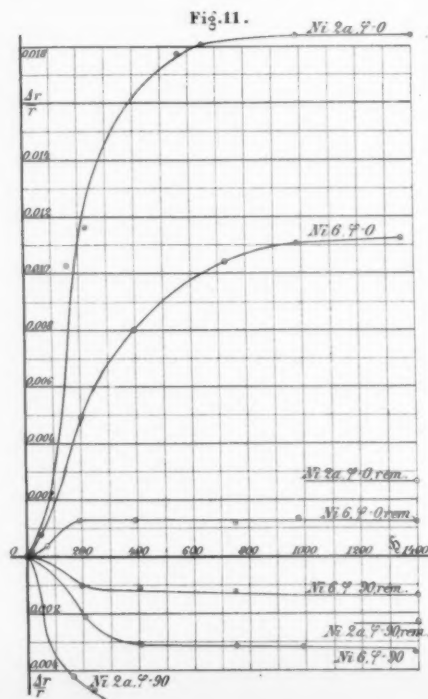
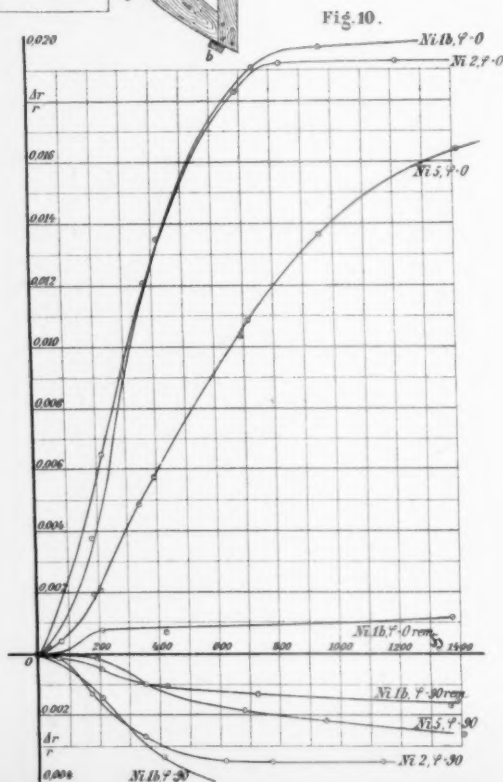


Fig. 4.



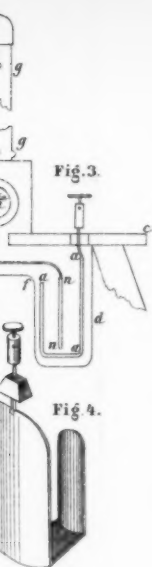


Fig. 3.

Fig. 4.

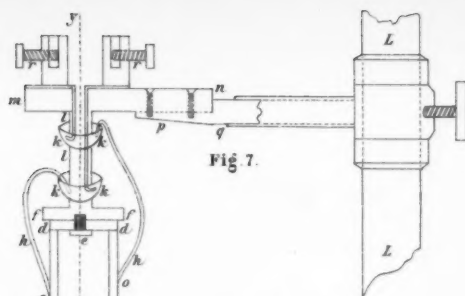


Fig. 7.

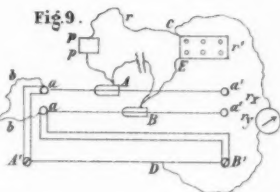


Fig. 9.

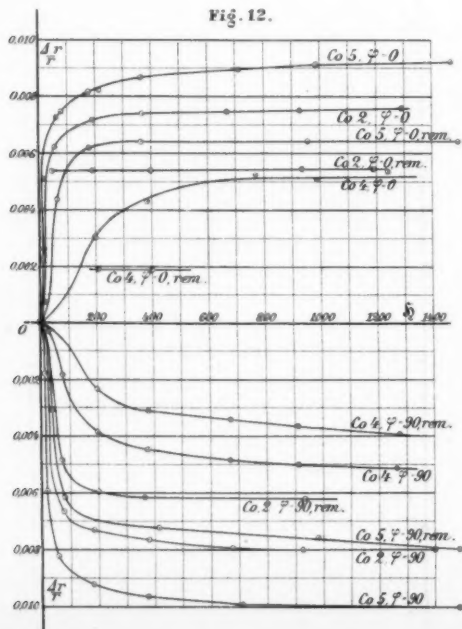


Fig. 12.

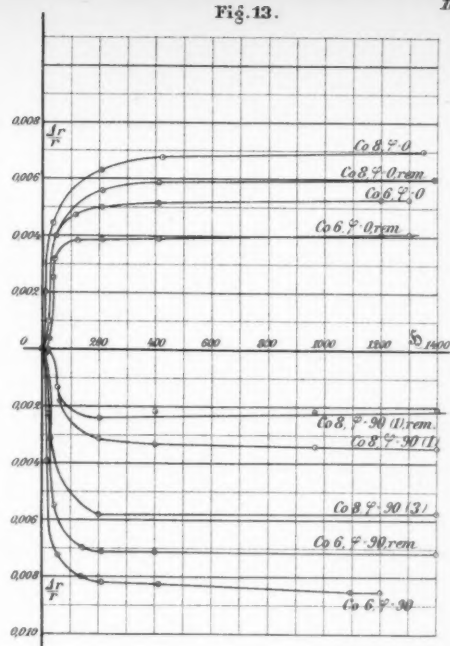


Fig. 13.

Ref. IX

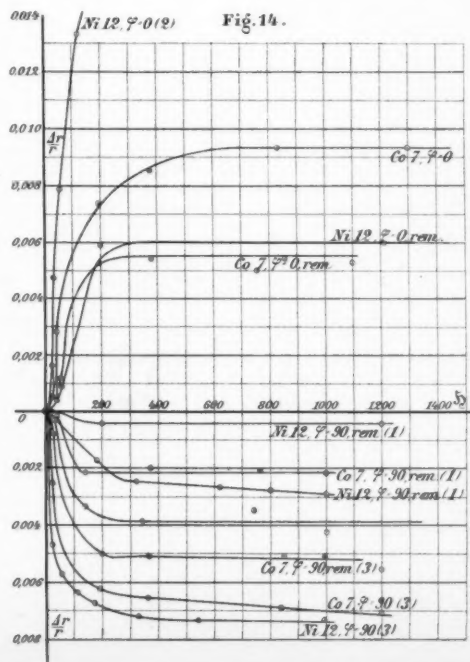


Fig. 14.

Fig. 3.

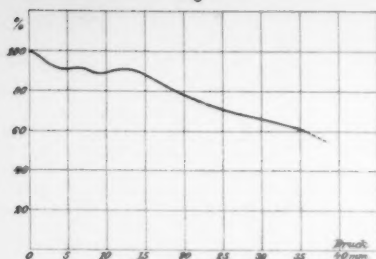


Fig. 4.

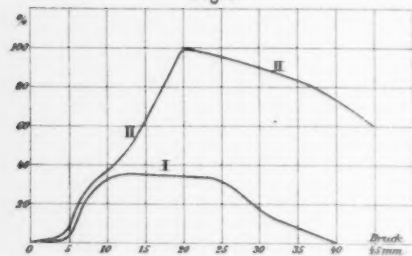


Fig. 5.

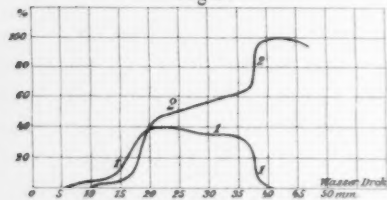


Fig. 6.

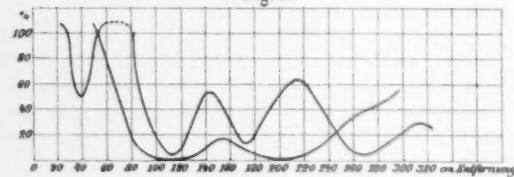


Fig. 7.

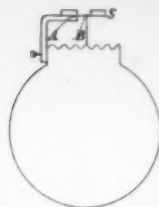
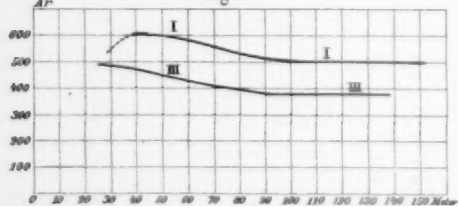


Fig. 1.

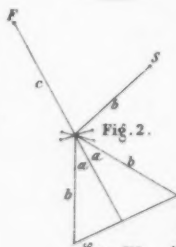


Fig. 2.

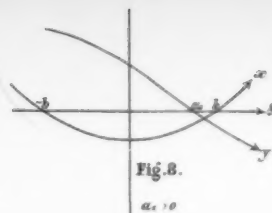


Fig. 8.

$a_s > 0$

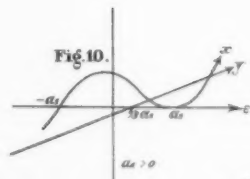


Fig. 10.

$a_s > 0$

Fig. 12.
Erste Hauptlage.

Fig. 13.
Zweite Hauptlage.

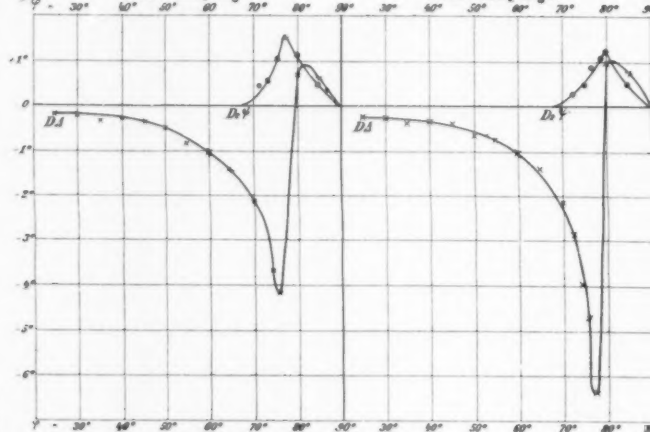


Fig. 14.

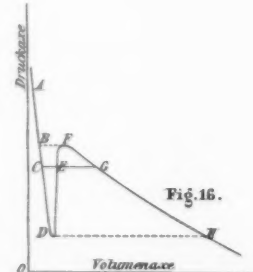
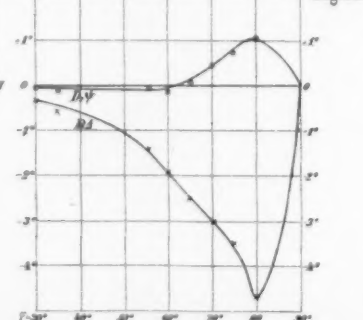


Fig. 16.

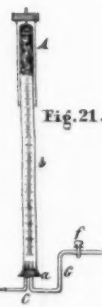
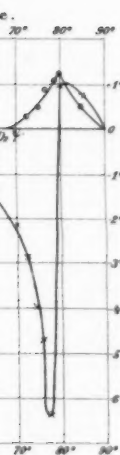
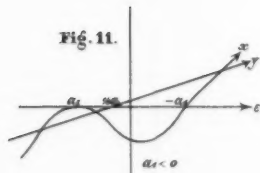
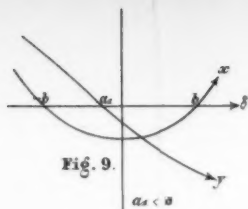
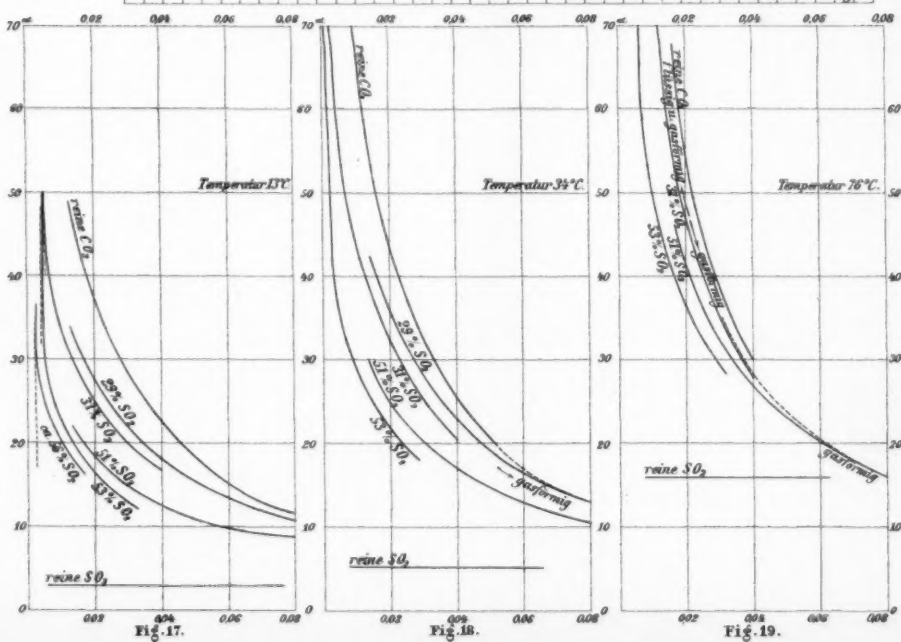
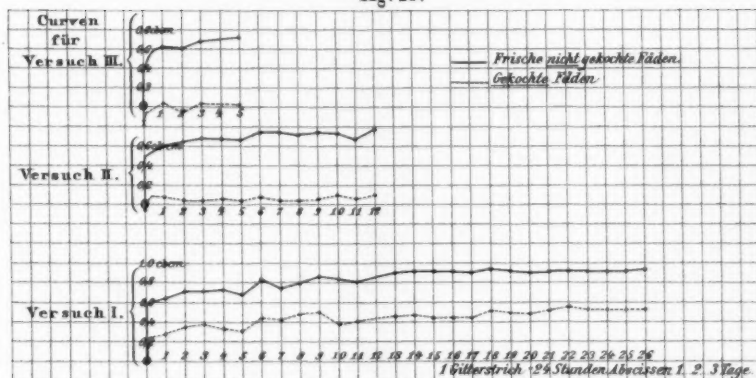
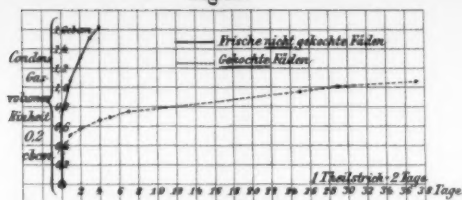


Fig. 22.





1889.

N^o 4.

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND XXXVI. HEFT 4.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ZWEIUNDSTREIZIGSTEN BANDES
VIERTES HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

MIT ZWEI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1889.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

Geschlossen am 15. Februar 1889.

Inhalt.

	Seite
I. H. Hertz. Ueber Strahlen electricischer Kraft	769
II. J. Bergmann. Beobachtungen über Aenderungen des electricischen Leitungsvermögens nach starkem Erwärmen der Metalle mit Hülfe der Inductions Wage	783
III. S. Tereschin. Die Dielectricitätsconstanten einiger organischen Flüssigkeiten	792
IV. D. Goldhammer. Ueber den Einfluss der Magnetisirung auf die electricische Leitungsfähigkeit der Metalle	804
V. A. Kundt. Ueber die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit in den Metallen mit der Temperatur	824
VI. M. Wien. Ueber die Messung der Tonstärke	834
VII. L. Graetz. Ueber das von Hrn. H. F. Weber aufgestellte Strahlungsgesetz	857
VIII. P. Drude. Ueber Oberflächenschichten. II. Theil	865
IX. J. Milthaler. Ueber die Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur	897
X. A. Blümcke. Ueber die Isothermen einiger Mischungen von schwefliger Säure und Kohlensäure	911
XI. H. Krause. Ueber Adsorption und Condensation von Kohlensäure an blanken Glasflächen	923
Berichtigungen	936

Die geehrten Herren Mitarbeiter erlaubt sich die Redaction der Annalen behufs correcter Herstellung des Druckes und der Tafeln, sowie richtiger Versendung der Separatabdrücke ergebenst zu ersuchen:

- 1) die Zeichnungen in möglichst exacter Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in den Text selbst einzufügen);
- 2) Citate am Rande oder unten auf den Seiten der Manuscripte (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen;
- 3) falls ausnahmsweise mehr als die 50 von der Verlagsbuchhandlung gratis abzugebenden Separatabzüge gewünscht werden, dies bei Rücksendung des ersten Correcturbogens auf dessen erster Seite gefälligst bemerken zu wollen;
- 4) Reclamationen bezüglich der Separatabzüge direct an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Die von Morgan und Stokes benutzte Bezeichnung der Brüche: $y \frac{dy}{dx} = \frac{a+b}{c+d} (a+b)(c+d) = \frac{a+b}{c+d}$, ist wegen der grossen Erleichterung des Satzes in dem laufenden Worttext (nicht in den auf besondere Zeiten zu stellenden Formeln) auch für die Annalen angenommen worden.

Verlag von JOH. AMBR. BARTH in Leipzig.

Drechsel, Prof. Dr. E., Leitfaden in das Studium der chemischen Reactionen und zur qualitat. Analyse.

2. umgearb. Auflage. 1888. Mit Spectraltafel. geb. M 3.—

Die „*Deutsche Chemikerzeitung*“ schreibt darüber Folgendes:

An Leitfäden zur Analyse ist in der chemischen Litteratur kein Mangel. Trotzdem füllt das vorliegende Buch eine Lücke aus. Bei der Analyse wird zu leicht über die praktische Ausführung der Operationen der geistige Inhalt vergessen und die Gefahr, dass aus dem Studirenden eine Analysirmaschine wird, liegt sehr nahe. Drechsel's Buch wird dies verhindern, indem es in verständlicher, aber wissenschaftlicher Weise zuerst die Grundbegriffe der Chemie und dann die Vorgänge bei den analytischen Erscheinungen auseinandersetzt. **Besonder- zu loben ist die Aufnahme der Spectralanalyse.** Man kann aus dem Buche nicht nur lernen, sondern auch praktisch danach arbeiten. Die glückliche Verbindung des praktischen und theoretischen Theiles verleiht der Arbeit vor allem ihren Werth.

Der „*Krit. Vierteljahrsbericht über Berg- u. Hüttenwisse.*“ Lit.²⁴ 1888, No. 2:

Die neue Auflage des bekannten DRECHSEL'schen Leitfadens ist durch Aufnahme einer vollständigen Anleitung zur qualitativen Analyse um ein Bedeutendes erweitert worden. Dieser neue Theil behandelt zuerst in Kürze die wichtigsten Reactionen der nach analytischen Gesichtspunkt in geordneten Basen und Säuren. Daran schliesst sich ein zweckmässig ausgearbeiteter systematischer Gang zur qualitativen Analyse, der in einem Anhang auch die selteneren Elemente in ihren hauptsächlichsten Reactionen umfasst. Wenn dieser Theil auch manches bietet, was man sonst in solch einem Leitfaden vergeblich sucht, so unterscheidet er sich doch nicht wesentlich von ähnlichen Werken, an denen bekanntlich unsere chemische Literatur überreich ist. Der werthvollste Theil des Büchleins wird wohl immer derjenige bleiben, welcher jetzt gewissermaassen die Einleitung zu dem eben besprochenen bildet, und welcher die chemischen Reactionen im Allgemeinen behandelt. Hier ist auf knappen Raume, in übersichtlicher und leicht verständlicher Weise eine Fülle von wichtigen Thatsachen zusammengetragen worden, deren Kenntniss für das weitere Studium der analytischen Chemie unerlässlich ist. **Ref. kennt kein Buch, welches in dieser Beziehung mit dem vorliegenden zu vergleichen wäre.** Sicherlich wird sich das DRECHSEL'sche Werkchen auch in seiner neuen Gestalt viele Freunde erwerben.

Dr. O. Dziobek,

Privatdocent an d. techn. Hochschule zu Charlottenburg.

**Die mathematischen Theorien
der
Planetenbewegungen.**

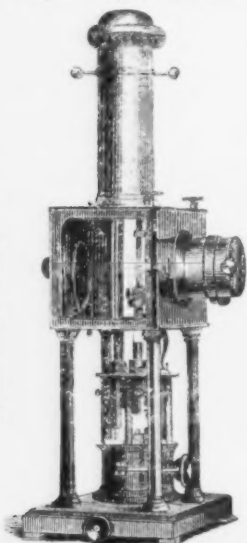
320 Seiten. gr. 8°. 1888. M 9.—

Apparate

zur objectiven Darstellung

der Spectral- und Polarisations-Erscheinungen,
mikroskopischer Vergrößerungen photographi-
scher und gemalter Bilder von wissenschaft-
lichen Gegenständen, von Gegenden u. s. w.

Optisches Institut von



A. Krüss in Hamburg.

An Universitäten, höheren Lehranstalten und
für öffentliche Vorträge mit grossem Erfolg
vielfach im Gebrauch.

Prelacourante auf portofreie Anforderungen
gratis.

Optisches Institut
von A. Krüss in Hamburg.

Im Verlag von Joh. Ambr.
Barth in Leipzig ist erschienen:

Das Licht.

Zwölf Vorlesungen

Von

G. G. Stokes F.R.S. etc.

Nebst einem Anhang

über Lichtabsorption und Fluorescenz.

Uebersetzt von

Dr. O. Dziobek,

Docent an der Techn. Hochschule zu Berlin.

XII, 308 Seit. gr. 8^o, mit Portr.

1888.

Preis geh. M. 5.—

in eleg. Halbfranz M. 7.—

Aus d. deutschen Litt. Zeitung
1889 No. 4:

... Ein gutes gemeinverständ-
liches Buch ist eine Seltenheit. Es
muss von der Beschaffenheit sein,
dass es dem Unkundigen Freude
macht durch seine Verständlichkeit
und dem Kundigen durch seine Tiefe.
Das vorliegende Werk gehört jeden-
falls zu dieser Klasse. Es wendet
sich mit Glück an weitere Kreise,
aber auch der Fachmann wird es
mit Interesse lesen und angeregt aus
der Hand legen ... (C. W. Ostwald.)

Verlag von **Quandt & Händel in Leipzig.**

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Physikalische Demonstrationen. Anleitung zum Experimen-

tiren im Unterricht an Gymnasien, Realgymnasien, Real-
schulen und Gewerbeschulen. Von Dr. Ad. F. Weinhold,
Professor an den techn. Staatslehranstalten in Chemnitz.
2. verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 517 Holzschn.
und 4 lithogr. Tafeln. 22 M. 50 Pf.

Einführung in das physikalische Praktikum. Von R. T.

Glazebrook und W. N. Shaw, Demonstratoren der Physik
am Cavendish Laboratorium in Cambridge. Deutsch heraus-
gegeben von W. Schloesser, techn. Hilfsarbeiter bei der
kaiserl. Normal-Messungs-Commission in Berlin. Mit 85 in
den Text gedruckten Figuren. 7 M. 50 Pf.

Hierzu zwei Beilagen: Aufruf zur Errichtung eines Denkmals für G. S. Ohm
und Probebogen des Antiquar. Katalogs No. 30 von E. Seeding in Wien.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

129

